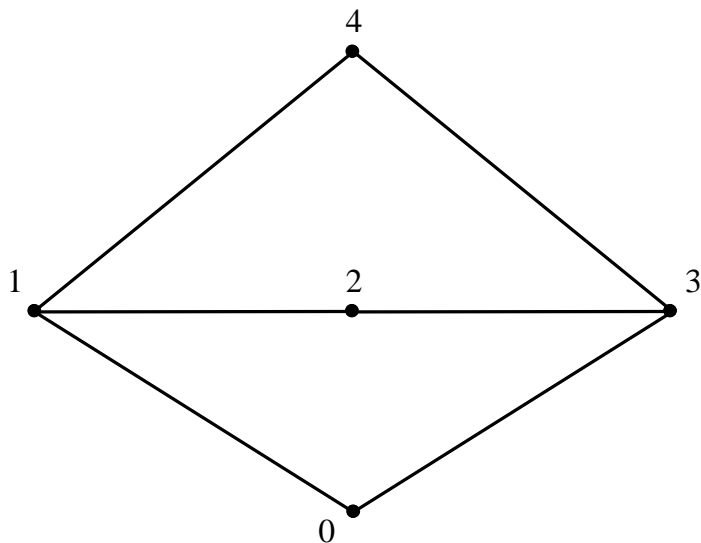
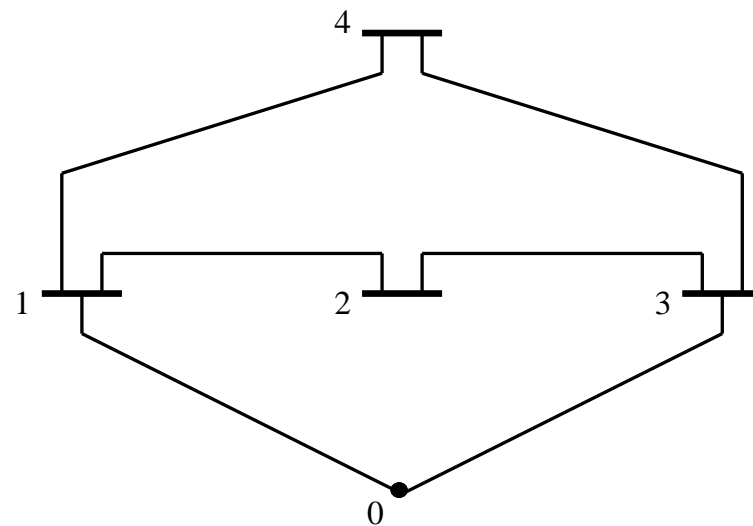
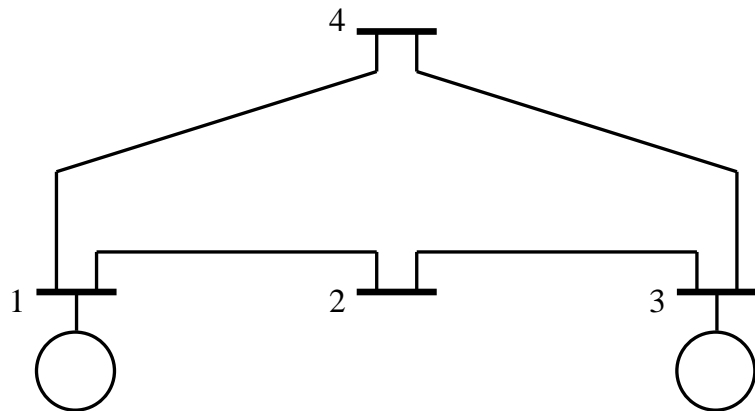


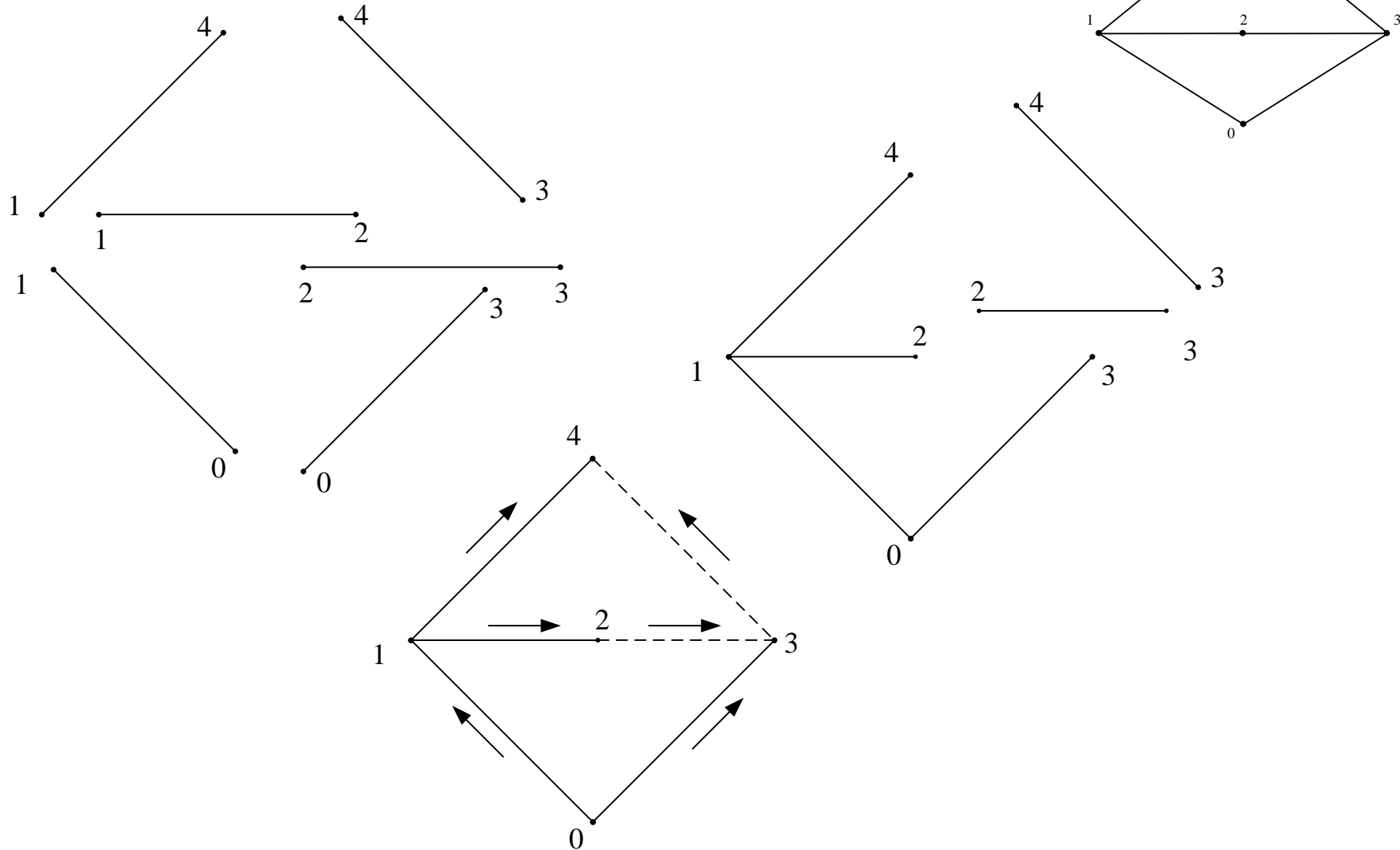
МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Граф на ЕЕС



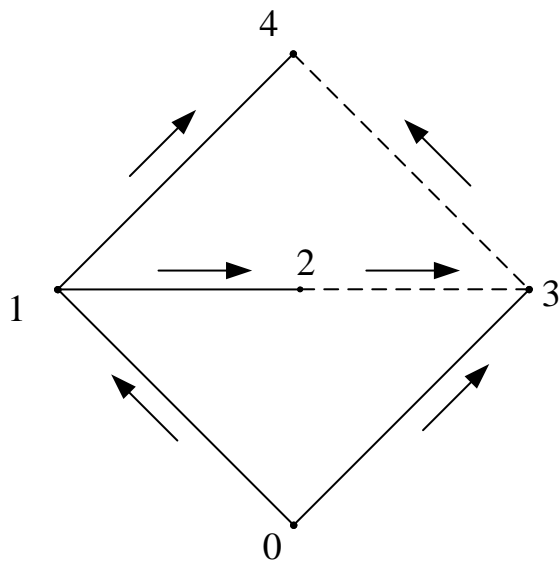
МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Граф на ЕЕС



МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Матрица на поврзување



$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0-1 \\ 1-2 \\ 0-3 \\ 1-4 \\ 2-3 \\ 3-4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\underline{I}_{0-1} & +\underline{I}_{1-2} & +0 & +\underline{I}_{1-4} & +0 & +0 \\ 0 & -\underline{I}_{1-2} & +0 & +0 & +\underline{I}_{2-3} & +0 \\ 0 & +0 & -\underline{I}_{0-3} & +0 & +\underline{I}_{2-3} & +\underline{I}_{3-4} \\ 0 & +0 & +0 & -\underline{I}_{1-4} & +0 & -\underline{I}_{3-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{0-1} \\ \underline{I}_{1-2} \\ \underline{I}_{0-3} \\ \underline{I}_{1-4} \\ \underline{I}_{2-3} \\ \underline{I}_{3-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^T \cdot \underline{I}_{k-l} = 0$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

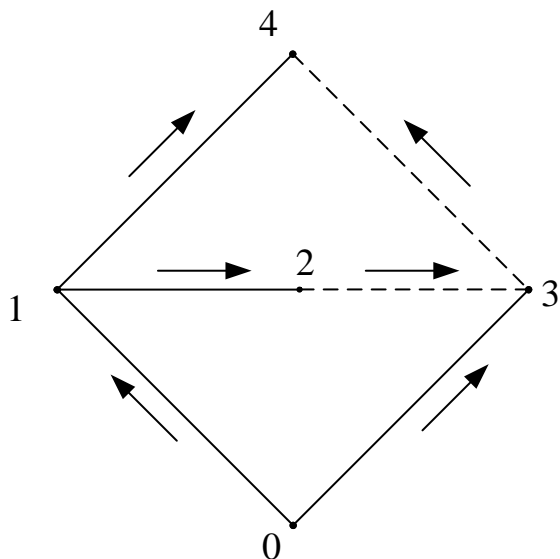
Матрица на поврзување

Припадноста на јазлите на гранките во еден граф погодно се прикажува со помош на матрица наречена *матрица на поврзување* или *матрица на инциденција*

$a_{kl} = 1$ ако јазолот l припаѓа на гранката k и ориентацијата на гранката е од јазолот

$a_{kl} = -1$ ако јазолот l припаѓа на гранката k и ориентацијата на гранката е кон јазолот

$a_{kl} = 0$ ако јазолот l не припаѓа на гранката k

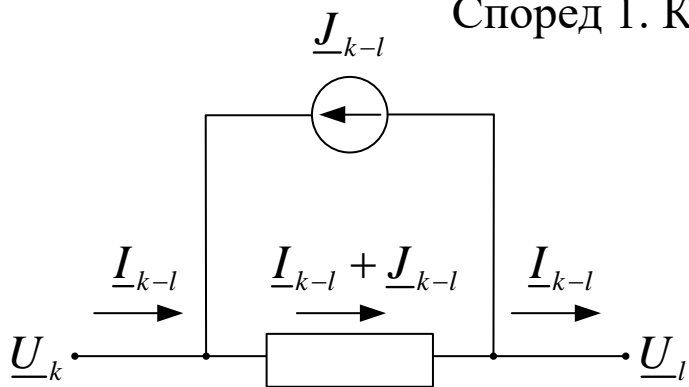


$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0-1 \\ 1-2 \\ 0-3 \\ 1-4 \\ 2-3 \\ 3-4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

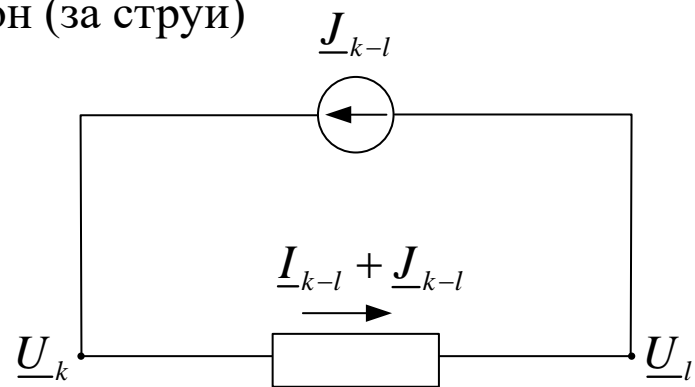
Матрица на адмитанции на ЕЕС

Според 1. Кирхофов закон (за струи)



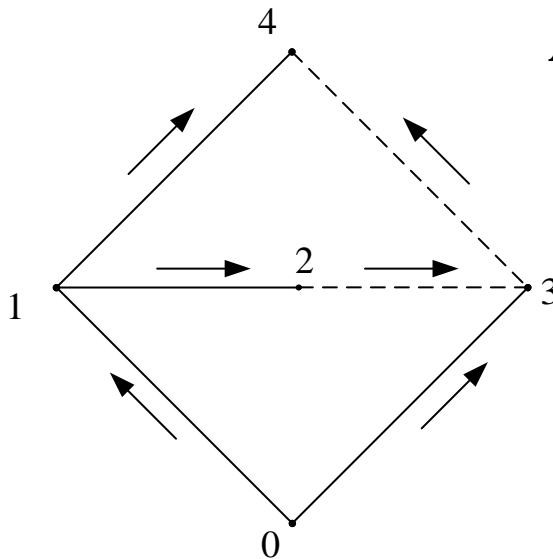
$$\underline{U}_{k-l} = \underline{U}_k - \underline{U}_l$$

$$\mathbf{A}^T \cdot [\underline{I}_{k-l}] = 0$$



$$\underline{U}_{k-l} = \underline{U}_k - \underline{U}_l$$

$$\mathbf{A}^T \cdot ([\underline{I}_{k-l}] + [\underline{J}_{k-l}]) - \mathbf{A}^T \cdot [\underline{J}_{k-l}] = 0$$



МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Матрица на адмитанции на ЕЕС

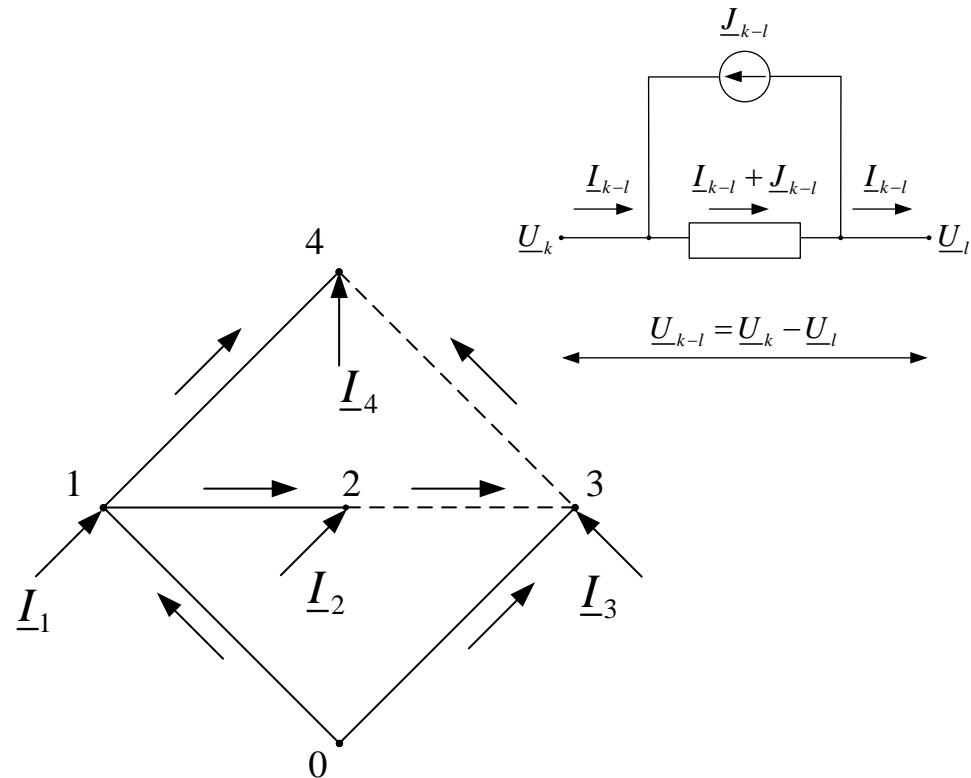
$$[\underline{I}_{k-l}] + [\underline{J}_{k-l}] = [\underline{Y}_{k-l}] \cdot [\underline{U}_{k-l}] \quad \longrightarrow \quad \mathbf{A}^T \cdot [\underline{I}_{k-l}] + \mathbf{A}^T \cdot [\underline{J}_{k-l}] = \mathbf{A}^T \cdot [\underline{Y}_{k-l}] \cdot [\underline{U}_{k-l}]$$

$$\mathbf{A}^T \cdot [\underline{I}_{k-l}] = 0$$

$$\mathbf{A}^T \cdot [\underline{J}_{k-l}] = \underline{\mathbf{I}} \quad \text{Инјектирани струи во јазлите од идеалните струјни генератори}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{J}_{0-1} \\ \underline{J}_{1-2} \\ \underline{J}_{0-3} \\ \underline{J}_{1-4} \\ \underline{J}_{2-3} \\ \underline{J}_{3-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \\ \underline{I}_4 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{I}} = \mathbf{A}^T \cdot [\underline{Y}_{k-l}] \cdot [\underline{U}_{k-l}]$$



МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Матрица на адмитанции на ЕЕС

$$I = A^T \cdot [Y_{k-l}] \cdot [U_{k-l}]$$

Во мрежата нема меѓусебно спрегнати гранки!

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \\ \underline{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{Y}_{0-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{1-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_{0-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_{1-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_{2-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_{3-4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_{0-1} \\ \underline{U}_{1-2} \\ \underline{U}_{0-3} \\ \underline{U}_{1-4} \\ \underline{U}_{2-3} \\ \underline{U}_{3-4} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{k-l} \end{bmatrix} = A \cdot \underline{U}$$

	1	2	3	4	
0-1	-1	0	0	0	0-1
1-2	1	-1	0	0	1-2
0-3	0	0	-1	0	0-3
1-4	1	0	0	-1	1-4
2-3	0	1	1	0	2-3
3-4	0	0	1	-1	3-4

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \\ \underline{U}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underline{U}_1 \\ \underline{U}_1 - \underline{U}_2 \\ -\underline{U}_3 \\ \underline{U}_1 - \underline{U}_4 \\ \underline{U}_2 - \underline{U}_3 \\ \underline{U}_3 - \underline{U}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{0-1} \\ \underline{U}_{1-2} \\ \underline{U}_{0-3} \\ \underline{U}_{1-4} \\ \underline{U}_{2-3} \\ \underline{U}_{3-4} \end{bmatrix} = [\underline{U}_{k-l}]$$

$$\underline{U} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \vdots \\ \underline{U}_n \end{bmatrix}$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Матрица на адмитанции на ЕЕС

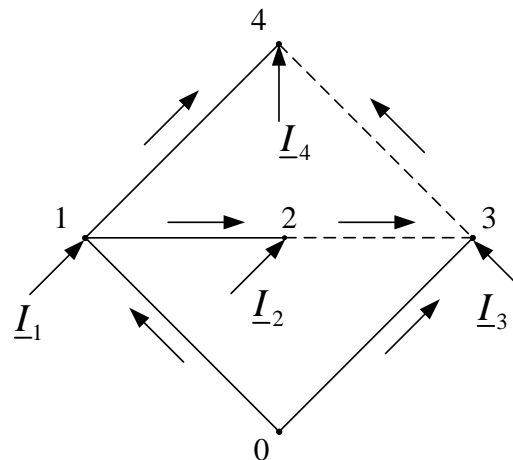
$$\underline{I} = \underline{A}^T \cdot [\underline{Y}_{k-l}] \cdot [\underline{U}_{k-l}] \quad [\underline{U}_{k-l}] = \underline{A} \cdot \underline{U} \quad \underline{I} = \underline{A}^T \cdot [\underline{Y}_{k-l}] \cdot [\underline{U}_{k-l}] = \underline{A}^T \cdot [\underline{Y}_{k-l}] \cdot \underline{A} \cdot \underline{U}$$

$$\underline{I} = \underline{A}^T \cdot [\underline{Y}_{k-l}] \cdot \underline{A} \cdot \underline{U} = \underline{Y} \cdot \underline{U} \quad \underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U} \quad \text{Равенки за независните напони}$$

$\underline{Y} = \underline{G} + j\underline{B}$ Матрица на системот равенки за независни напони – адмитанции на ЕЕС

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{Y}_{0-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{1-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_{0-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_{1-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_{2-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_{3-4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{13} & \underline{Y}_{14} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & \underline{Y}_{23} & \underline{Y}_{24} \\ \underline{Y}_{31} & \underline{Y}_{32} & \underline{Y}_{33} & \underline{Y}_{34} \\ \underline{Y}_{41} & \underline{Y}_{42} & \underline{Y}_{43} & \underline{Y}_{44} \end{bmatrix}$$



МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

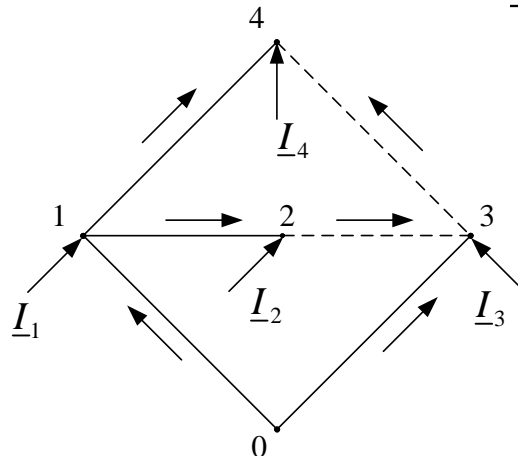
Матрица на адмитанции на ЕЕС

Во мрежата нема меѓусебно спрегнати гранки!

$$\underline{Y}_{\text{гранки}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{0-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{1-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{0-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_{1-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_{2-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Z}_{3-4} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\underline{Y}_{\text{гранки}} = [\underline{Y}_{k-l}] = \underline{Z}_{\text{гранки}}^{-1}$$

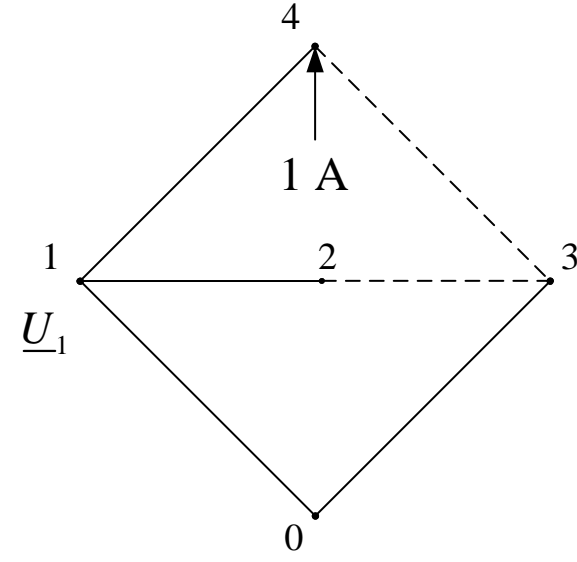
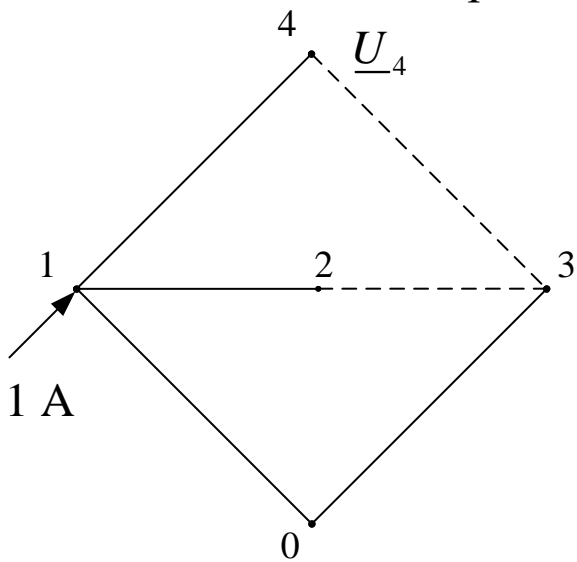
$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{0-1} + \underline{Y}_{1-2} + \underline{Y}_{1-4} & -\underline{Y}_{1-2} & 0 & -\underline{Y}_{1-4} \\ -\underline{Y}_{1-2} & \underline{Y}_{1-2} + \underline{Y}_{2-3} & -\underline{Y}_{2-3} & 0 \\ 0 & -\underline{Y}_{2-3} & \underline{Y}_{0-3} + \underline{Y}_{2-3} + \underline{Y}_{3-4} & -\underline{Y}_{3-4} \\ -\underline{Y}_{1-4} & 0 & -\underline{Y}_{3-4} & \underline{Y}_{1-4} + \underline{Y}_{3-4} \end{bmatrix}$$



МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Матрица на адмитанции на ЕЕС

- Во мрежата нема меѓусебно спрегнати гранки!
- Нека сите инјектирани струи во јазлите се еднакви на нула
 - во јазолот 1 инјектираната струја е еднаква на 1 А и го мериме напонот на јазолот 4, \underline{U}_4
 - ја повторуваме постапката при што струјниот генератор во јазолот 4 е еднаква на 1 А, а го мериме напонот во јазолот 1, \underline{U}_1
- Каков ќе биде односот на измерените напони во јазлите 1 и 4?



$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{0-1} + \underline{Y}_{1-2} + \underline{Y}_{1-4} & -\underline{Y}_{1-2} & 0 & -\underline{Y}_{1-4} \\ -\underline{Y}_{1-2} & \underline{Y}_{1-2} + \underline{Y}_{2-3} & -\underline{Y}_{2-3} & 0 \\ 0 & -\underline{Y}_{2-3} & \underline{Y}_{0-3} + \underline{Y}_{2-3} + \underline{Y}_{3-4} & -\underline{Y}_{3-4} \\ -\underline{Y}_{1-4} & 0 & -\underline{Y}_{3-4} & \underline{Y}_{1-4} + \underline{Y}_{3-4} \end{bmatrix}$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Матрица на адмитанции на ЕЕС

Сума на инјектираните моќности во јазлите

$$\underline{S} = \sum_{k=1}^n \underline{S}_k = \sum_{k=1}^n \underline{U}_k \cdot \underline{I}_k^* = \underline{U}^T \cdot \underline{I}^*$$

$$\underline{I} = \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \vdots \\ \underline{I}_n \end{bmatrix} \quad \underline{U} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \vdots \\ \underline{U}_n \end{bmatrix} \quad \underline{S} = \begin{bmatrix} \underline{S}_1 \\ \underline{S}_2 \\ \vdots \\ \underline{S}_n \end{bmatrix}$$

Сума на моќности во гранките

$$\underline{S} = \sum_{j=1}^{ng} \underline{S}_{\text{гранка } j} = \sum_{j=1}^{ng} \underline{U}_{\text{гранка } j} \cdot \underline{I}_{\text{гранка } j} = [\underline{U}_{k-l}]^T \cdot [\underline{J}_{k-l}]^*$$

$$\underline{S} = [\underline{U}_{k-l}]^T \cdot [\underline{J}_{k-l}]^* = (\underline{A} \cdot \underline{U})^T \cdot [\underline{J}_{k-l}]^* \quad [\underline{U}_{k-l}] = \underline{A} \cdot \underline{U}$$

$$\underline{S} = [\underline{U}_{k-l}]^T \cdot [\underline{J}_{k-l}]^* = \underline{U}^T \cdot \underline{A}^T \cdot [\underline{J}_{k-l}]^* \quad \underline{A}^T \cdot [\underline{J}_{k-l}] = \underline{I}$$

$$\underline{S} = [\underline{U}_{k-l}]^T \cdot [\underline{J}_{k-l}]^* = \underline{U}^T \cdot \underline{I}^* = \sum_{k=1}^n \underline{S}_k$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Матрица на адмитанции на ЕЕС

$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U} \quad \longrightarrow \quad \underline{I}_k = \sum_{l=1}^n \underline{Y}_{kl} \cdot \underline{U}_l ; \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$\underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2 + \dots + \underline{Y}_{1k} \cdot \underline{U}_k + \dots + \underline{Y}_{1l} \cdot \underline{U}_l + \dots + \underline{Y}_{1n} \cdot \underline{U}_n = \underline{I}_1$$

$$\underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{U}_2 + \dots + \underline{Y}_{2k} \cdot \underline{U}_k + \dots + \underline{Y}_{2l} \cdot \underline{U}_l + \dots + \underline{Y}_{2n} \cdot \underline{U}_n = \underline{I}_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\underline{Y}_{k1} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{k2} \cdot \underline{U}_2 + \dots + \underline{Y}_{kk} \cdot \underline{U}_k + \dots + \underline{Y}_{kl} \cdot \underline{U}_l + \dots + \underline{Y}_{kn} \cdot \underline{U}_n = \underline{I}_k$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\underline{Y}_{l1} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{l2} \cdot \underline{U}_2 + \dots + \underline{Y}_{lk} \cdot \underline{U}_k + \dots + \underline{Y}_{ll} \cdot \underline{U}_l + \dots + \underline{Y}_{ln} \cdot \underline{U}_n = \underline{I}_l$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\underline{Y}_{n1} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{n2} \cdot \underline{U}_2 + \dots + \underline{Y}_{nk} \cdot \underline{U}_k + \dots + \underline{Y}_{nl} \cdot \underline{U}_l + \dots + \underline{Y}_{nn} \cdot \underline{U}_n = \underline{I}_n$$

Ако сите јазли се врзат кусо со референтниот јазол, освен јазолот k

$$\underline{Y}_{lk} \cdot \underline{U}_k = \underline{I}_l \Rightarrow \underline{Y}_{lk} = \frac{\underline{I}_l}{\underline{U}_k} ; \quad l = 1, 2, \dots, n$$

$$\underline{Y}_{kk} = \frac{\underline{I}_k}{\underline{U}_k} \quad \text{влезна адмитанција на системот кај јазолот } k$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Матрица на адмитанции на ЕЕС

- За реалните ЕЕС (голем број јазли) матрицата \underline{Y} има многу нулти елементи (ретка матрица)
- Ако ЕЕС е реципрочен, матрицата \underline{Y} е симетрична
- Ако во системот нема индуктивно спрегнати гранки:
 - дијагоналниот елемент којшто одговара за јазолот k претставува сума на сите адмитанции приклучени на јазолот k
 - α_k го означува множеството јазли со кои јазолот k има директна врска
 - вондијагоналниот елемент во редицата k и колоната l претставува сума на адмитанциите на сите гранки коишто директно ги поврзуваат јазлите k и l
 - β_{k-l} го означува множеството гранки коишто директно ги поврзуваат јазлите k и l

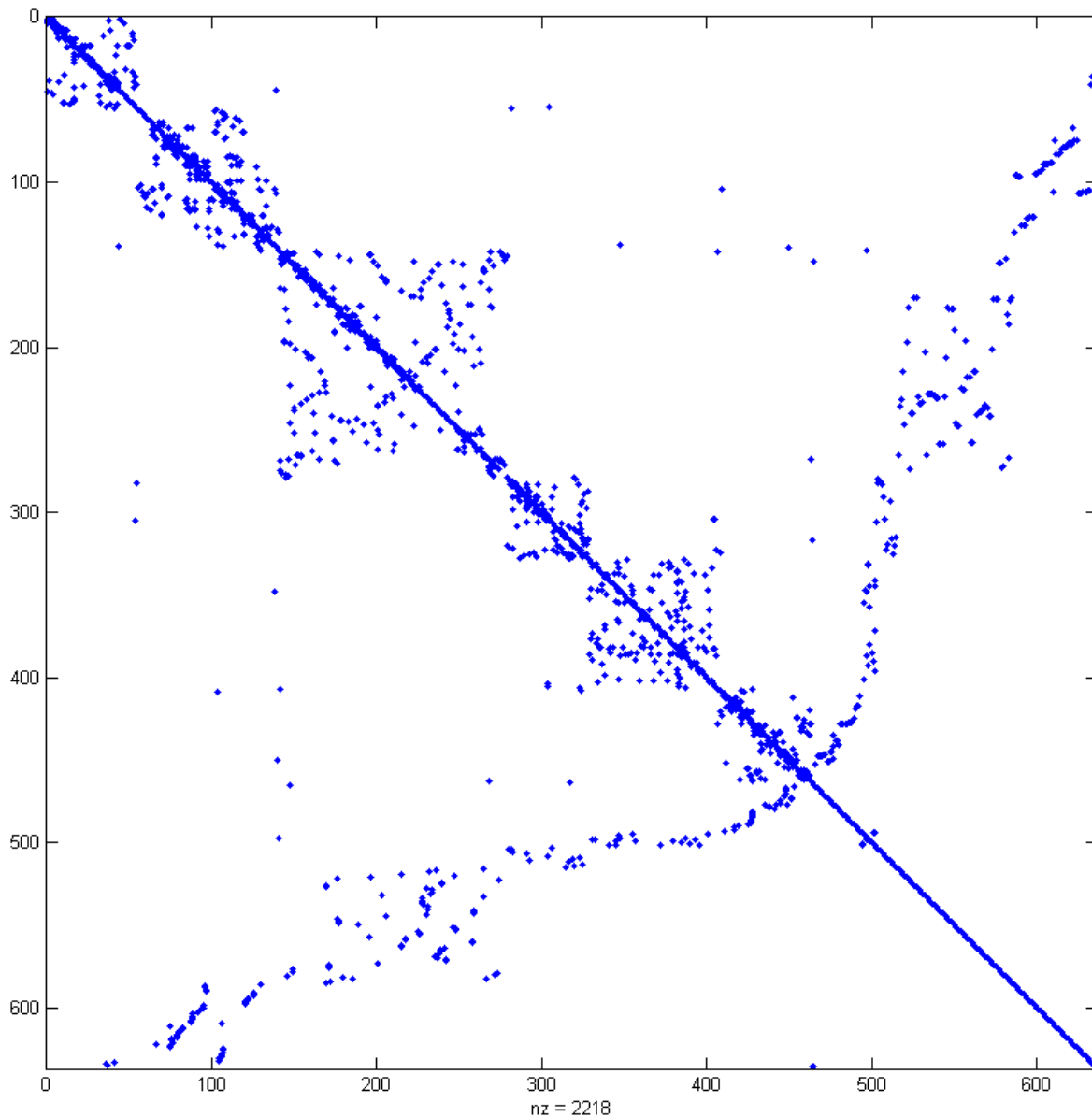
$$\underline{Y}_{kl} = \underline{Y}_{lk}$$

$$\underline{Y}_{kk} = \sum_{j \in \alpha_k} \underline{Y}_{k-j}$$

$$\underline{Y}_{kl} = \underline{Y}_{lk} = - \sum_{\beta_{k-l}} \underline{Y}_{k-l}$$

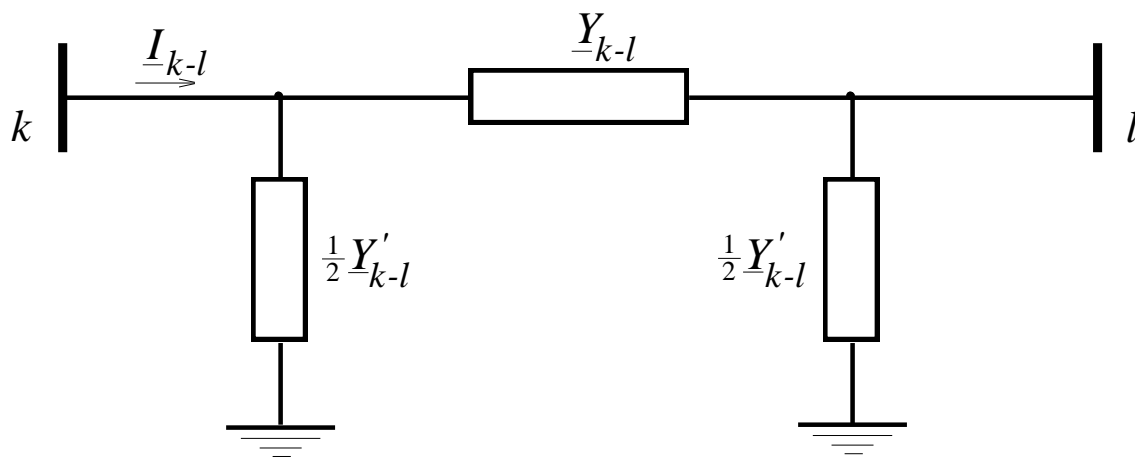
МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Матрица на адмитанции за дел од ЕЕС на дел од Балканот



МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Претставување на водови



\underline{Y}_{k-l} вкупна надолжна адмитанција на водот за директен редослед

\underline{Y}'_{k-l} вкупна напречна адмитанција на водот за директен редослед

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Матрица на импеданции на ЕЕС

$$\underline{Y} \cdot \underline{U} = \underline{I}$$

$$\underline{Y}^{-1} \cdot \underline{Y} \cdot \underline{U} = \underline{Y}^{-1} \cdot \underline{I}$$

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

$$\underline{Z} = \underline{Y}^{-1}$$

$$\underline{Z} = \mathbf{R} + j\mathbf{X}$$

$$\underline{U}_k = \sum_{l=1}^n \underline{Z}_{kl} \cdot \underline{I}_l ; \quad k = 1, \dots, n$$

$$\underline{Z}_{11} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{12} \cdot \underline{I}_2 + \dots + \underline{Z}_{1k} \cdot \underline{I}_k + \dots + \underline{Z}_{1l} \cdot \underline{I}_l + \dots + \underline{Z}_{1n} \cdot \underline{I}_n = \underline{U}_1$$

$$\underline{Z}_{21} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{22} \cdot \underline{I}_2 + \dots + \underline{Z}_{2k} \cdot \underline{I}_k + \dots + \underline{Z}_{2l} \cdot \underline{I}_l + \dots + \underline{Z}_{2n} \cdot \underline{I}_n = \underline{U}_2$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$\underline{Z}_{k1} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{k2} \cdot \underline{I}_2 + \dots + \underline{Z}_{kk} \cdot \underline{I}_k + \dots + \underline{Z}_{kl} \cdot \underline{I}_l + \dots + \underline{Z}_{kn} \cdot \underline{I}_n = \underline{U}_k$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$\underline{Z}_{l1} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{l2} \cdot \underline{I}_2 + \dots + \underline{Z}_{lk} \cdot \underline{I}_k + \dots + \underline{Z}_{ll} \cdot \underline{I}_l + \dots + \underline{Z}_{ln} \cdot \underline{I}_n = \underline{U}_l$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$\underline{Z}_{n1} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{n2} \cdot \underline{I}_2 + \dots + \underline{Z}_{nk} \cdot \underline{I}_k + \dots + \underline{Z}_{nl} \cdot \underline{I}_l + \dots + \underline{Z}_{nn} \cdot \underline{I}_n = \underline{U}_n$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Матрица на импеданции на ЕЕС

$$\underline{I}_l = 0 ; \quad l = 1, \dots, n; \quad l \neq k;$$

$$\underline{I}_k \neq 0$$

$$\underline{Z}_{1k} \cdot \underline{I}_k = \underline{U}_1$$

$$\underline{Z}_{2k} \cdot \underline{I}_k = \underline{U}_2$$

⋮

$$\underline{Z}_{kk} \cdot \underline{I}_k = \underline{U}_k$$

⋮

$$\underline{Z}_{lk} \cdot \underline{I}_k = \underline{U}_l$$

⋮

$$\underline{Z}_{nk} \cdot \underline{I}_k = \underline{U}_n$$

$$\underline{Z}_{lk} = \frac{\underline{U}_l}{\underline{I}_k} ; \quad l = 1, \dots, n; \quad l \neq k \quad \underline{Z}_{kk} = \frac{\underline{U}_k}{\underline{I}_k}$$

$$\underline{I}_l = 0 ; \quad l = 1, \dots, n; \quad l \neq k;$$

$$\underline{I}_k = 1$$

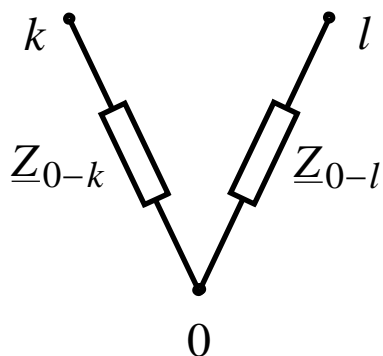
$$\underline{Z}_{lk} = \underline{U}_l ; \quad l = 1, \dots, n; \quad l \neq k \quad \underline{Z}_{kk} = \underline{U}_k$$

- \underline{Z}_{lk} – напон на јазолот l ако во системот единствена екситација е струен генератор поврзан во јазолот k со струја на 1 А (или 1 per unit)
- \underline{Z}_{kk} – напон на јазолот k ако во системот единствена екситација е струен генератор поврзан во јазолот k со струја на 1 А (или 1 per unit); влезна импеданција на системот во јазолот k

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

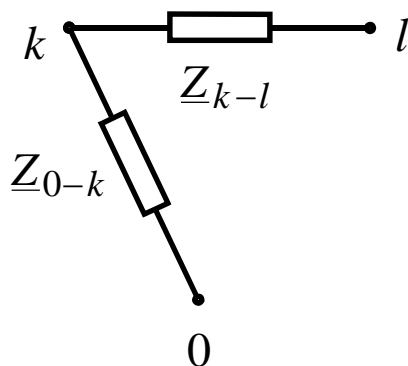
Матрица на импеданции на ЕЕС

- Карактеристики на матрицата на импеданции на ЕЕС
 - за реципрочни системи матрицата на импеданции е симетрична
 - за разлика од матрицата на адмитанции, матрицата на импеданции нема (вондијагонални) елементи еднакви на нула (полна матрица)
 - ако матрицата на импеданции се однесува на два (независни) система коишто единствено се поврзани преку референтниот јазол (земјата), дијагоналните елементи коишто одговараат на јазлите од двата система се нули



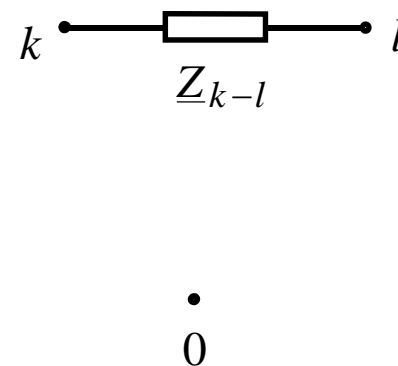
$$\underline{Y} = \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} \begin{bmatrix} \underline{Y}_{0-k} & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{0-l} \end{bmatrix}$$

$$\underline{Z} = \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} \begin{bmatrix} \underline{Z}_{0-k} & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{0-l} \end{bmatrix}$$



$$\underline{Y} = \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} \begin{bmatrix} \underline{Y}_{0-k} + \underline{Y}_{k-l} & -\underline{Y}_{k-l} \\ -\underline{Y}_{k-l} & \underline{Y}_{k-l} \end{bmatrix}$$

$$\underline{Z} = \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} \begin{bmatrix} \underline{Z}_{0-k} & \underline{Z}_{0-k} \\ \underline{Z}_{0-k} & \underline{Z}_{0-k} + \underline{Z}_{k-l} \end{bmatrix}$$



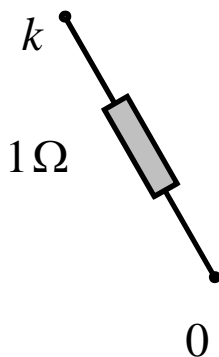
$$\underline{Y} = \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} \begin{bmatrix} \underline{Y}_{k-l} & -\underline{Y}_{k-l} \\ -\underline{Y}_{k-l} & \underline{Y}_{k-l} \end{bmatrix}$$

$$\underline{Z} = \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} \begin{bmatrix} \infty & ? \\ ? & \infty \end{bmatrix}$$

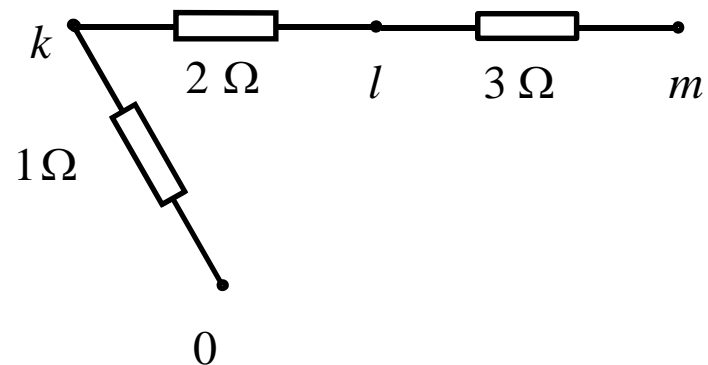
МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Алгоритам за постапно формирање на \underline{Z}

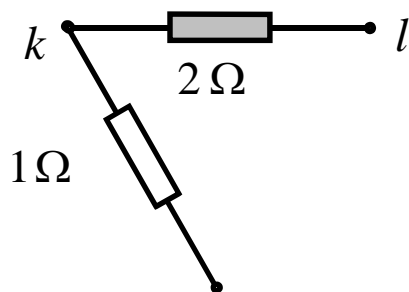
1. чекор



$$\underline{Z}_{\text{дел.1}} = k[1] = k[\underline{Z}_{0-k}]$$

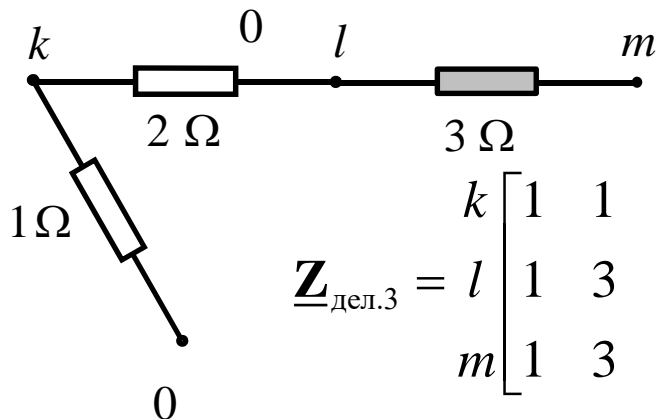


2. чекор



$$\underline{Z}_{\text{дел.2}} = l \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = l \begin{bmatrix} \underline{Z}_{0-k} & \underline{Z}_{0-k} \\ \underline{Z}_{0-k} & \underline{Z}_{0-k} + \underline{Z}_{k-l} \end{bmatrix}$$

3. чекор

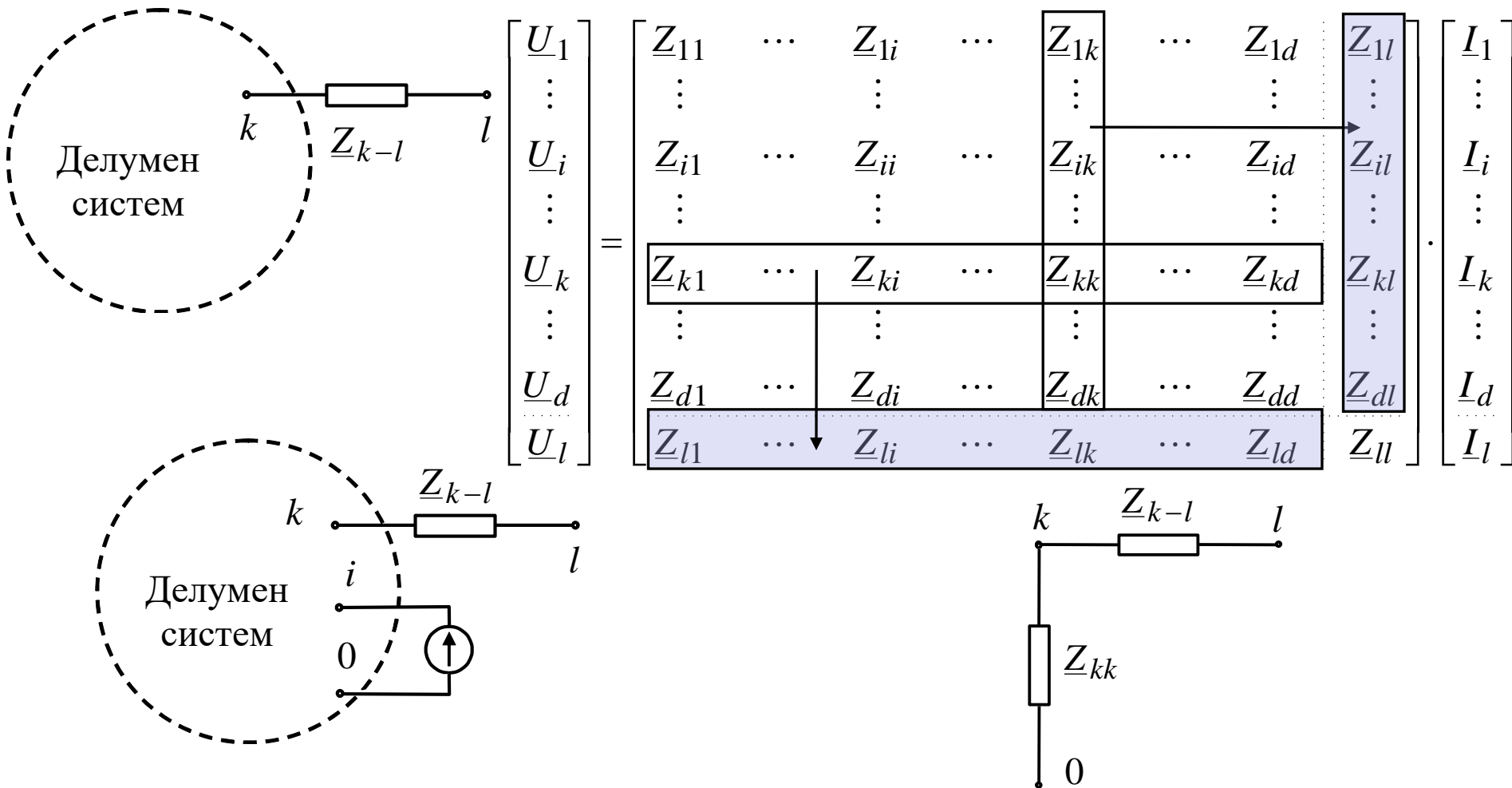


$$\underline{Z}_{\text{дел.3}} = m \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \underline{Z}_{0-k} & \underline{Z}_{0-k} & \underline{Z}_{0-k} \\ \underline{Z}_{0-k} & \underline{Z}_{0-k} + \underline{Z}_{k-l} & \underline{Z}_{0-k} + \underline{Z}_{k-l} \\ \underline{Z}_{0-k} & \underline{Z}_{0-k} + \underline{Z}_{k-l} & \underline{Z}_{0-k} + \underline{Z}_{k-l} + \underline{Z}_{l-m} \end{bmatrix}$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Алгоритам за постапно формирање на \underline{Z}

Додавање гранка од стеблото



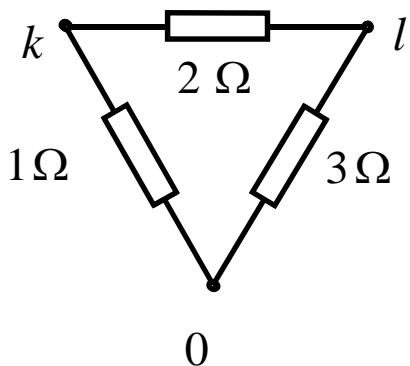
$$\underline{Z}_{li} = \frac{\underline{U}_k}{\underline{I}_i} = \frac{\underline{Z}_{ki} \cdot \underline{I}_i}{\underline{I}_i} = \underline{Z}_{ki}; i = 1, \dots, d$$

$$\underline{Z}_{ll} = \underline{Z}_{kk} + \underline{Z}_{k-l}$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

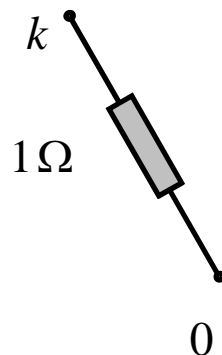
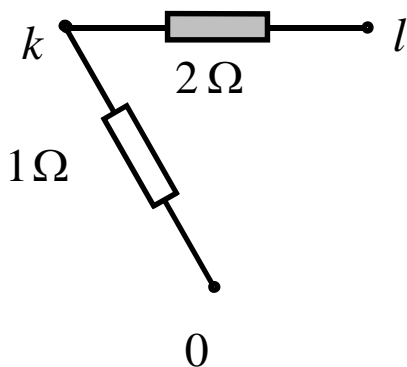
Алгоритам за постапно формирање на \underline{Z}

Додавање спојница



2. чекор

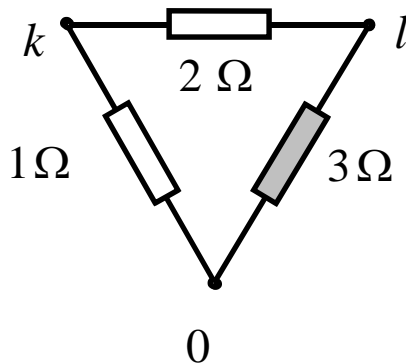
1. чекор



$$\underline{Z}_{\text{дел.1}} = k [1] = k [\underline{Z}_{0-k}]$$

$$\underline{Z}_{\text{дел.2}} = \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} \begin{bmatrix} \underline{Z}_{0-k} & \underline{Z}_{0-k} \\ \underline{Z}_{0-k} & \underline{Z}_{0-k} + \underline{Z}_{k-l} \end{bmatrix}$$

3. чекор

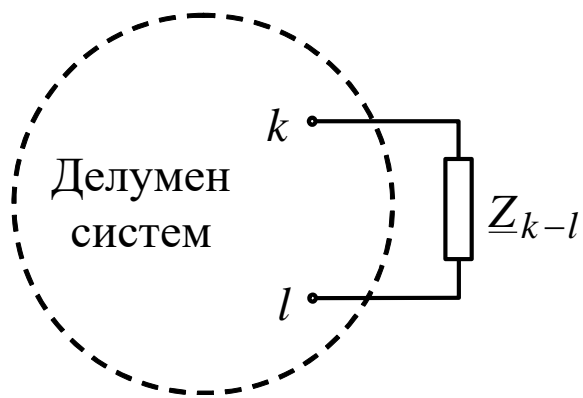


$$\underline{Z}_{\text{дел.3}} = \underline{Z} = \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} \begin{bmatrix} 5/6 & 1/2 \\ 1/2 & 3/2 \end{bmatrix}$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Алгоритам за постапно формирање на \underline{Z}

Додавање спојница



$$\underline{Z}_{\text{пом.колона}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{1k} \\ \vdots \\ \underline{Z}_{kk} \\ \vdots \\ \underline{Z}_{lk} \\ \vdots \\ \underline{Z}_{dk} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_{1l} \\ \vdots \\ \underline{Z}_{kl} \\ \vdots \\ \underline{Z}_{ll} \\ \vdots \\ \underline{Z}_{dl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{1k} - \underline{Z}_{1l} \\ \vdots \\ \underline{Z}_{kk} - \underline{Z}_{kl} \\ \vdots \\ \underline{Z}_{lk} - \underline{Z}_{ll} \\ \vdots \\ \underline{Z}_{dk} - \underline{Z}_{dl} \end{bmatrix}$$

$$\underline{Z}_{\text{пом.редица}} = \left[\underline{Z}_{k1} - \underline{Z}_{l1} \quad \cdots \quad \underline{Z}_{kk} - \underline{Z}_{lk} \quad \cdots \quad \underline{Z}_{kl} - \underline{Z}_{ll} \quad \cdots \quad \underline{Z}_{kd} - \underline{Z}_{ld} \right]$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{\text{пом.редица}(l)} &= \underline{Z}_{kl} - \underline{Z}_{ll}; \quad l = 1, \dots, d \\ \underline{Z}_{\text{пом.колона}(l)} &= \underline{Z}_{lk} - \underline{Z}_{ll}; \quad l = 1, \dots, d \end{aligned} \right\} \Rightarrow \underline{Z}_{\text{пом.редица}(l)} = \underline{Z}_{\text{пом.колона}(l)}$$

$$\underline{Z}_{\text{пом.}} = \underline{Z}_{\text{пом.колона}(k)} - \underline{Z}_{\text{пом.колона}(l)} + \underline{Z}_{k-l}$$

$$\underline{Z}_{\text{нова}} = \underline{Z}_{\text{стара}} - \frac{1}{\underline{Z}_{\text{пом.}}} \cdot \underline{Z}_{\text{пом.колона}} \cdot \underline{Z}_{\text{пом.редица}}$$

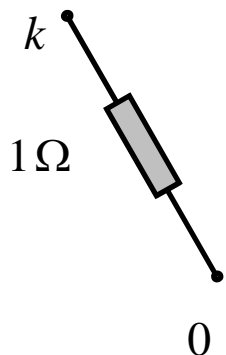
$$\underline{Z}_{ij} = \underline{Z}_{ij} - \frac{\underline{Z}_{\text{пом.редица}(i)} \cdot \underline{Z}_{\text{пом.редица}(j)}}{\underline{Z}_{\text{пом.}}}; \quad i, j = 1, \dots, d$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

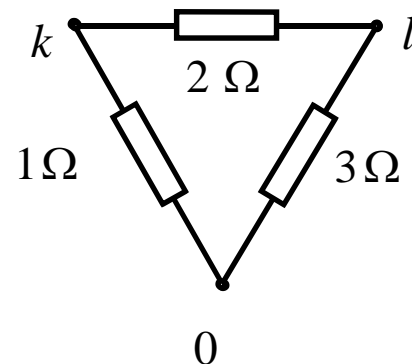
Алгоритам за постапно формирање на \underline{Z}

Додавање гранки од стеблото

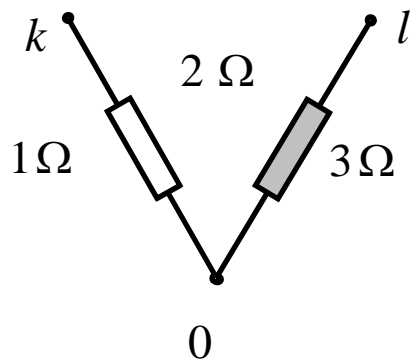
1. чекор



$$\underline{Z}_{\text{дел.1}} = k [1] = k [\underline{Z}_{0-k}]$$



2. чекор



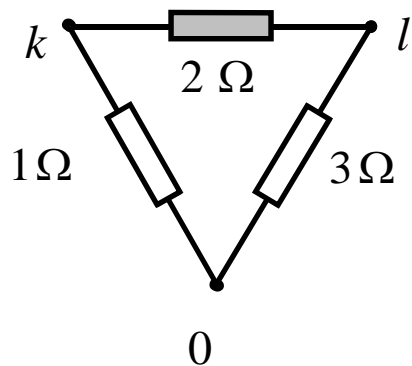
$$\underline{Z}_{\text{дел.2}} = \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} \begin{bmatrix} \underline{Z}_{0-k} & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{0-l} \end{bmatrix}$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Алгоритам за постапно формирање на \underline{Z}

Додавање спојница

3. чекор



$$\underline{Z}_{\text{пом.колона}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} = \underline{Z}_{\text{пом.редица}}^T = [1 \quad -3]^T$$

$$\underline{Z}_{\text{пом.}} = \underline{Z}_{\text{пом.колона}(k)} - \underline{Z}_{\text{пом.колона}(l)} + \underline{Z}_{k-l} = 1 - (-3) + 2 = 6$$

$$\underline{Z}_{kk} = \underline{Z}_{kk} - \frac{\underline{Z}_{\text{пом.колона}(k)} \cdot \underline{Z}_{\text{пом.колона}(k)}}{\underline{Z}_{\text{пом.}}} = 1 - \frac{1 \cdot 1}{6} = \frac{5}{6}$$

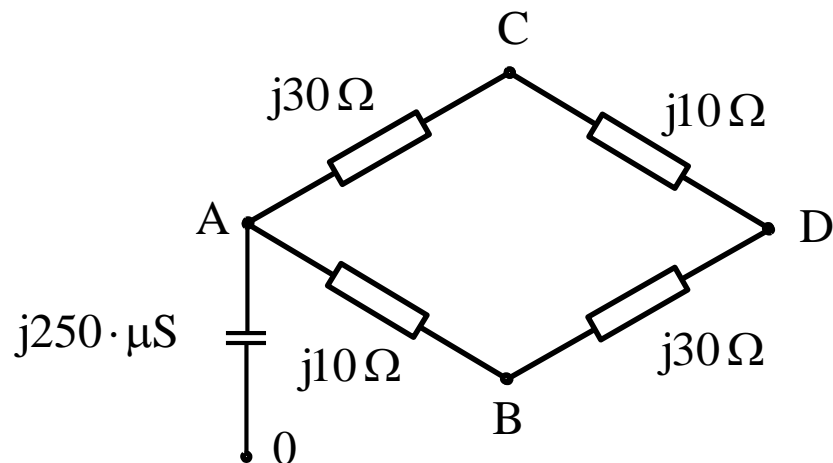
$$\underline{Z}_{ll} = \underline{Z}_{ll} - \frac{\underline{Z}_{\text{пом.колона}(l)} \cdot \underline{Z}_{\text{пом.колона}(l)}}{\underline{Z}_{\text{пом.}}} = 3 - \frac{(-3) \cdot (-3)}{6} = \frac{3}{2}$$

$$\underline{Z}_{kl} = \underline{Z}_{lk} = \underline{Z}_{kl} - \frac{\underline{Z}_{\text{пом.колона}(k)} \cdot \underline{Z}_{\text{пом.колона}(l)}}{\underline{Z}_{\text{пом.}}} = 0 - \frac{1 \cdot (-3)}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\underline{Z}_{\text{дел.3}} = \underline{Z} = \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} \begin{bmatrix} 5/6 & 1/2 \\ 1/2 & 3/2 \end{bmatrix}$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Матрица на импеданции \underline{Z}



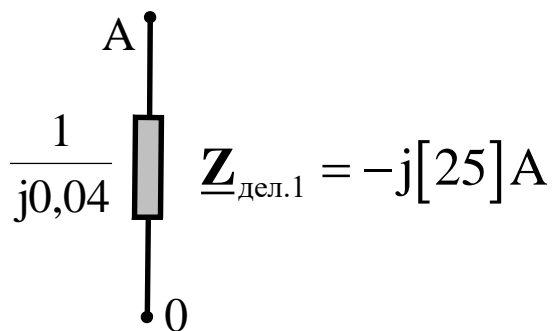
$$\underline{Z}_{AA} = \underline{Z}_{0-A} = \frac{1}{j250 \cdot 10^{-6}} = -j4000 \Omega$$

$$\underline{Z}_{DD} = \underline{Z}_{0-A} + j20 = \frac{1}{j250 \cdot 10^{-6}} = -j3980 \Omega$$

$$\underline{Z} = -j \begin{bmatrix} 4000 & 4000 & 4000 & 4000 \\ 4000 & 3991,25 & 3996,25 & 3995 \\ 4000 & 3996,25 & 3985,25 & 3985 \\ 4000 & 3995 & 3985 & 3980 \end{bmatrix} \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix}$$

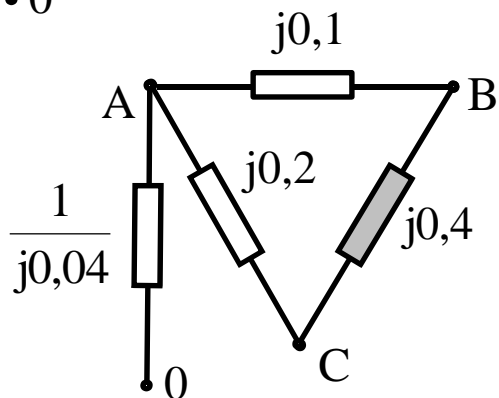
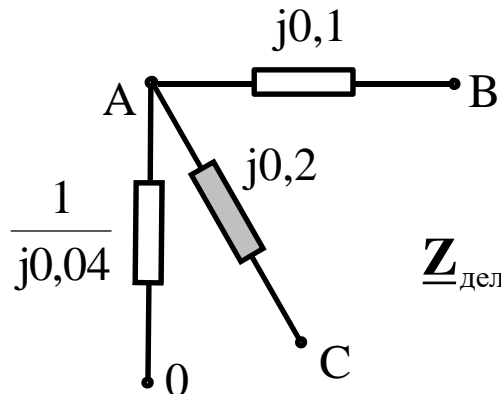
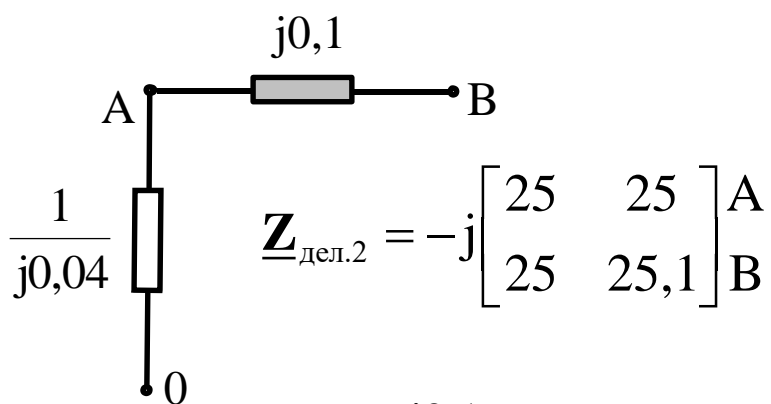
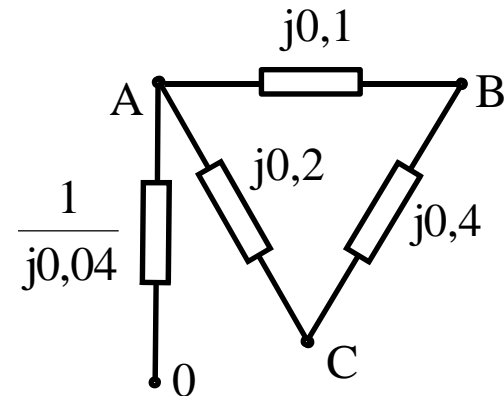
МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Матрица на импеданции \underline{Z}



Податоци за гранките (per unit)

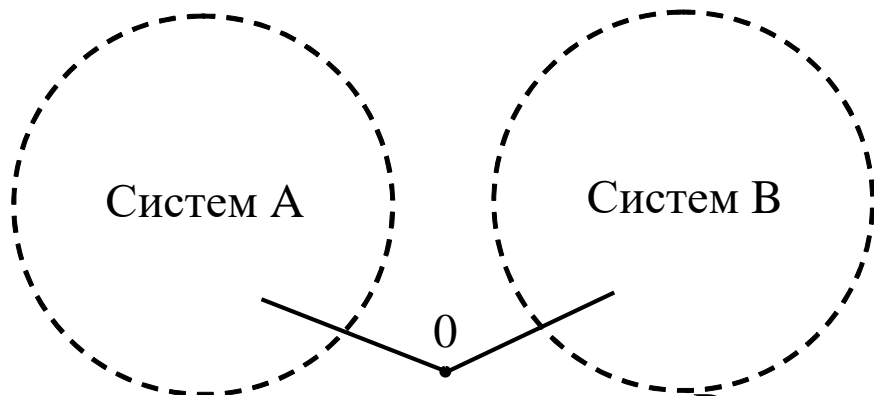
Гранка	R	X	G'	B'
C-A	0	0,2	0	0,04
A-B	0	0,1	0	0
B-C	0	0,4	0	0



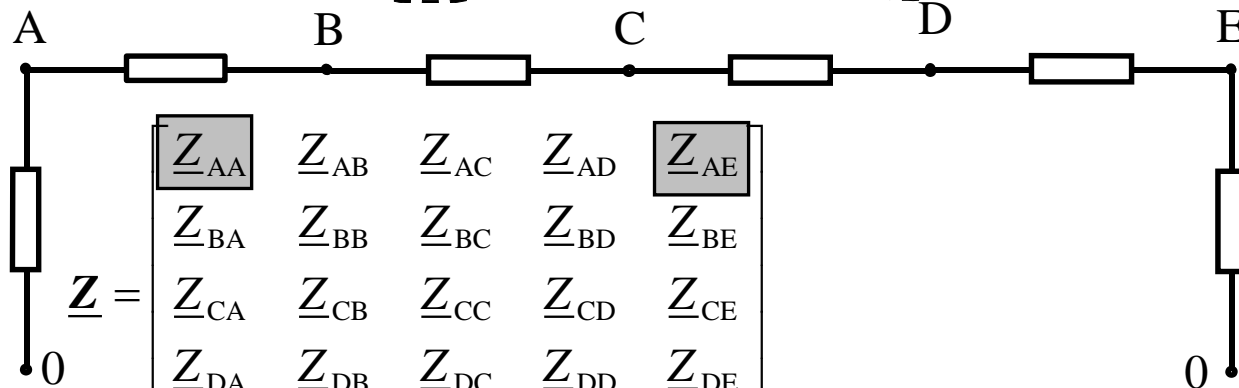
$\underline{Z}_{\text{дел.3}} = -j \begin{bmatrix} 25 & 25 & 25 \\ 25 & 24,91429 & 24,97143 \\ 25 & 24,97143 & 24,85714 \end{bmatrix} \text{ A B C}$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

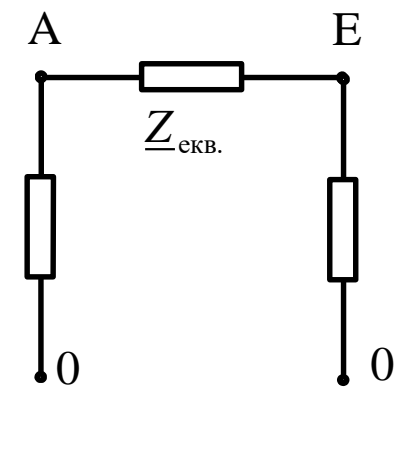
Матрица на импеданции \underline{Z}



$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} [\underline{Z}]_A & 0 \\ 0 & [\underline{Z}]_B \end{bmatrix}$$



$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{AA} & \underline{Z}_{AB} & \underline{Z}_{AC} & \underline{Z}_{AD} & \underline{Z}_{AE} \\ \underline{Z}_{BA} & \underline{Z}_{BB} & \underline{Z}_{BC} & \underline{Z}_{BD} & \underline{Z}_{BE} \\ \underline{Z}_{CA} & \underline{Z}_{CB} & \underline{Z}_{CC} & \underline{Z}_{CD} & \underline{Z}_{CE} \\ \underline{Z}_{DA} & \underline{Z}_{DB} & \underline{Z}_{DC} & \underline{Z}_{DD} & \underline{Z}_{DE} \\ \underline{Z}_{EA} & \underline{Z}_{EB} & \underline{Z}_{EC} & \underline{Z}_{ED} & \underline{Z}_{EE} \end{bmatrix}$$



$$\underline{Z}_{\text{редуцирана}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{AA} & \underline{Z}_{AE} \\ \underline{Z}_{EA} & \underline{Z}_{EE} \end{bmatrix}$$

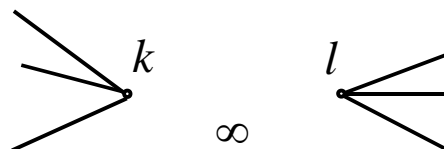
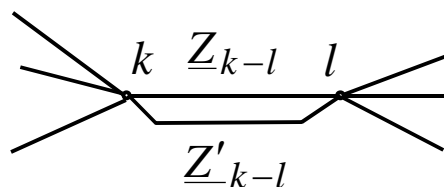
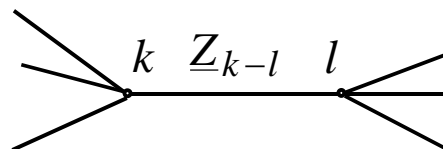
$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{AA} & \underline{Y}_{AB} & 0 & 0 & 0 \\ \underline{Y}_{BA} & \underline{Y}_{BB} & \underline{Y}_{BC} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{CB} & \underline{Y}_{CC} & \underline{Y}_{CD} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_{DC} & \underline{Y}_{DD} & \underline{Y}_{DE} \\ 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_{ED} & \underline{Y}_{EE} \end{bmatrix}$$

~~$$\underline{Y}_{\text{редуцирана}} \neq \begin{bmatrix} \underline{Y}_{AA} & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{EE} \end{bmatrix}$$~~

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Модификации на елементите на матрицата на импеданции

- паралелен вод (гранка) – додавање на спојница
- исклучување на гранка – додавање на паралелна гранка со импеданција еднаква на импеданцијата на гранката што се исклучува, но со спротивен знак

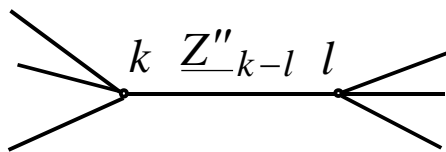
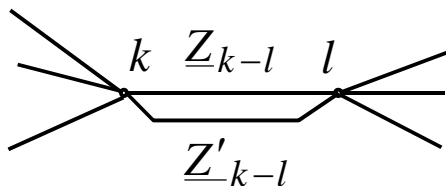
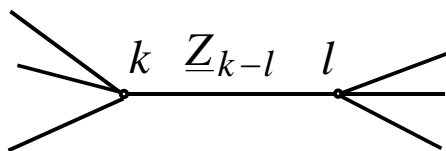
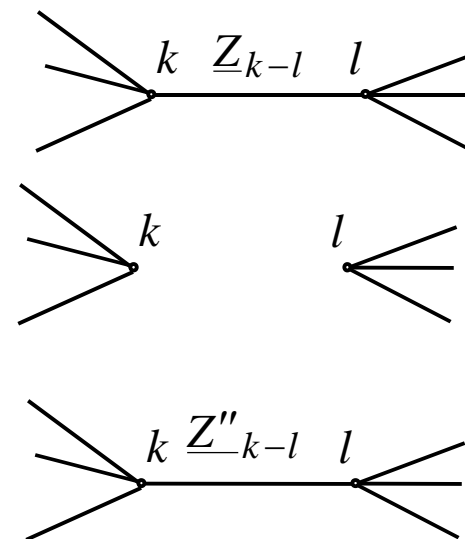


$$\frac{1}{\infty} = \frac{1}{\underline{Z}_{k-l}} + \frac{1}{\underline{Z}'_{k-l}} \Rightarrow \underline{Z}'_{k-l} = -\underline{Z}_{k-l}$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Модификации на елементите на матрицата на импеданции

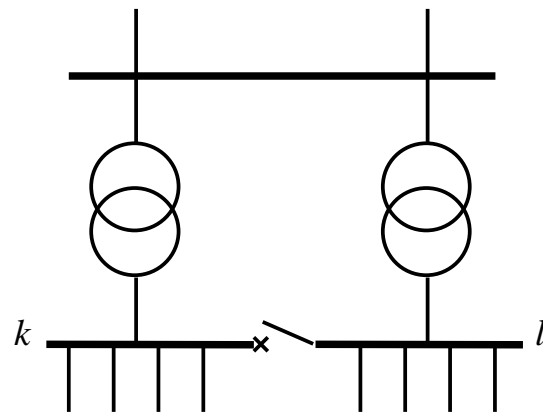
- промена на импеданција на гранка $\underline{Z}_{k-l} \rightarrow \underline{Z}''_{k-l}$
 - 1. начин
 - исклучување на постојната гранка
 - додавање на нова гранка
 - 2. начин
 - додавање на фиктивна спојница (паралелна) гранка



$$\frac{1}{\underline{Z}''_{k-l}} = \frac{1}{\underline{Z}_{k-l}} + \frac{1}{\underline{Z}'_{k-l}} \Rightarrow \underline{Z}'_{k-l} = \frac{\underline{Z}_{k-l} \cdot \underline{Z}''_{k-l}}{\underline{Z}_{k-l} - \underline{Z}''_{k-l}}$$

МАТРИЦИ НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИТЕ СИСТЕМИ

Модификации на елементите на матрицата на импеданции



- затворање на прекинувачот (спојното поле)

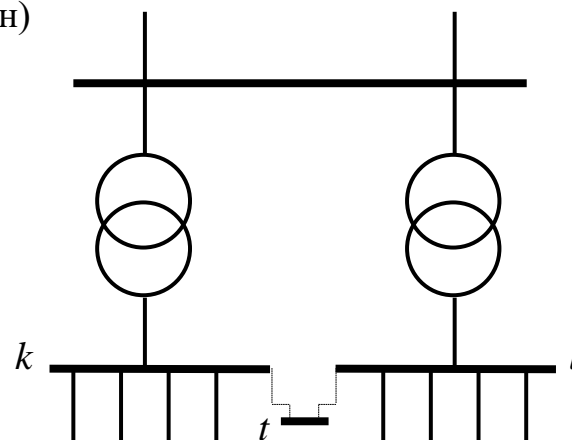
- 1. начин

- додавање спојница помеѓу јазлите k и l со импеданција 0

- таа гранка не може повторно да се исклучи (импеданција -0 !) но и ќе доведе до нумерички проблеми затоа што со тоа се поистоветуваат јазлите k и l , односно во системот равенки за независни напони ќе има две (практично) исти равенки

- 2. начин

- воведување фиктивен јазол t (препорачан начин)



$$\underline{Z}_{k-t} = -\underline{Z}_{t-l}$$