

# Заземјувачи и заземјувачки системи во електроенергетските мрежи

## Надземен вод како елемент од заземјувачкиот систем на електроенергетските мрежи

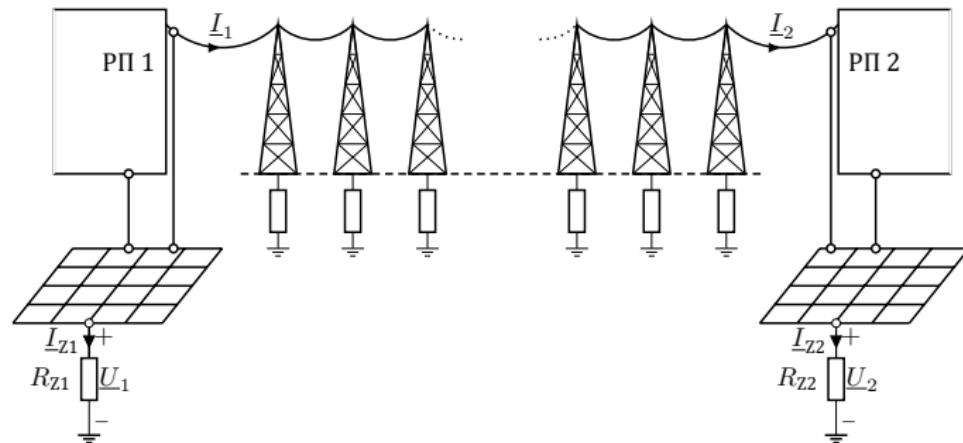
М. Тодоровски

Институт за преносни електроенергетски системи  
Факултет за електротехника и информациски технологии  
Универзитет Св. Кирил и Методиј

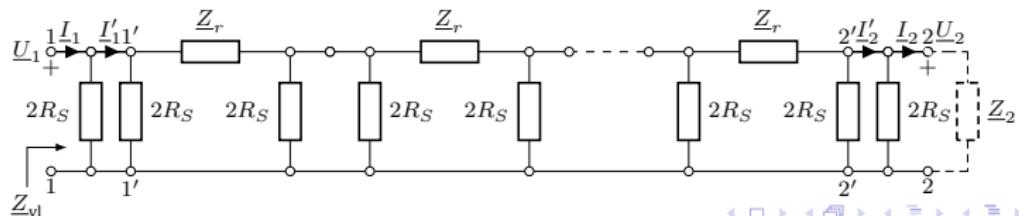
[mirko@feit.ukim.edu.mk](mailto:mirko@feit.ukim.edu.mk)  
[pees.feit.ukim.edu.mk](mailto:pees.feit.ukim.edu.mk)

Скопје, 2017

# Идеализиран модел на заземјувачкиот систем на надземен вод



$$Z_{vl} = \frac{U_1}{I_1}.$$



# Параметри на заштитното јаже

$$\underline{Z}_r = \underline{z} \cdot a = (r + jx) \cdot a,$$

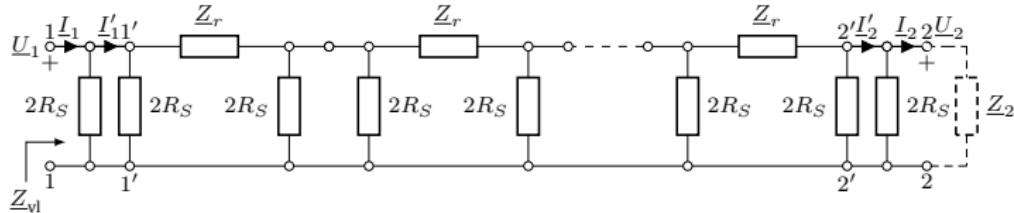
$$r = \frac{1000}{\kappa_{zj} \cdot A_{zj}} = \frac{1000 \cdot \rho_{zj}}{A_{zj}} \quad \left( \frac{\Omega}{\text{km}} \right)$$

$$x = 0,1445 \cdot \log \frac{2D_{ek}}{d_{zj}} + 0,0157 \cdot \mu_r \quad \left( \frac{\Omega}{\text{km}} \right)$$

$$D_{ek} = 658 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{f}}, \quad (\text{m})$$

# Низа од $\pi$ -четврополи

$\pi$ -четврополи со параметри  $2R_S$ ,  $\underline{Z}_r$  и  $2R_S$



$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \operatorname{ch}(n\underline{g}) + \underline{Z} \cdot \underline{I}'_2 \cdot \operatorname{sh}(n\underline{g}),$$

$$\underline{I}'_1 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}} \cdot \operatorname{sh}(n\underline{g}) + \underline{I}'_2 \cdot \operatorname{ch}(n\underline{g}),$$

$$\underline{Q} = 1 + \frac{\underline{Z}_r}{2R_S},$$

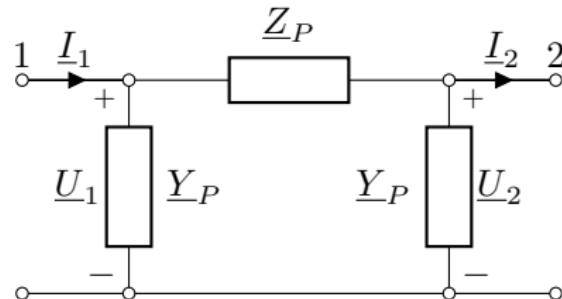
$$\underline{g} = \ln \left( \underline{Q} + \sqrt{\underline{Q}^2 - 1} \right) = \ln \left[ 1 + \frac{\underline{Z}_r}{2R_S} + \sqrt{\frac{\underline{Z}_r}{R_S} + \left( \frac{\underline{Z}_r}{2R_S} \right)^2} \right],$$

$$\underline{Z} = \sqrt{\frac{2R_S \underline{Z}_r}{2 + \underline{Z}_r / (2R_S)}} = 2R_S \cdot \sqrt{\frac{\underline{Q} - 1}{\underline{Q} + 1}}.$$

# π-заменска шема на водот

$$\underline{Z}_P = \underline{Z} \cdot \operatorname{sh}(ng),$$

$$\underline{Y}_P = \frac{\operatorname{ch}(ng) - 1}{\underline{Z} \cdot \operatorname{sh}(ng)} + \frac{1}{2R_S}.$$

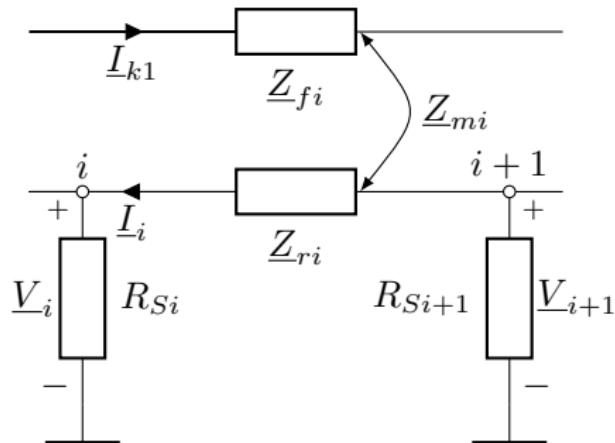


# Егзактен модел на надземен вод

$$\underline{Z}_m = r_z + 0,1445 \cdot \log \frac{D_{ek}}{D_{zm}},$$

$$r_z = \frac{\mu \cdot \pi \cdot f}{4} \approx 0,05 \frac{\Omega}{\text{km}},$$

$$D_{zm} = \sqrt[3]{D_{zA} \cdot D_{zB} \cdot D_{zC}}.$$



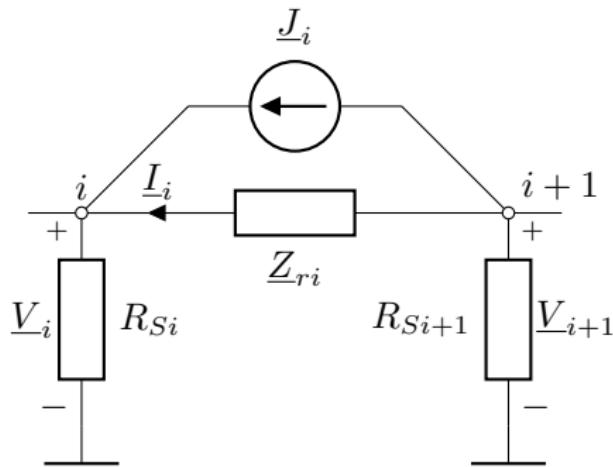
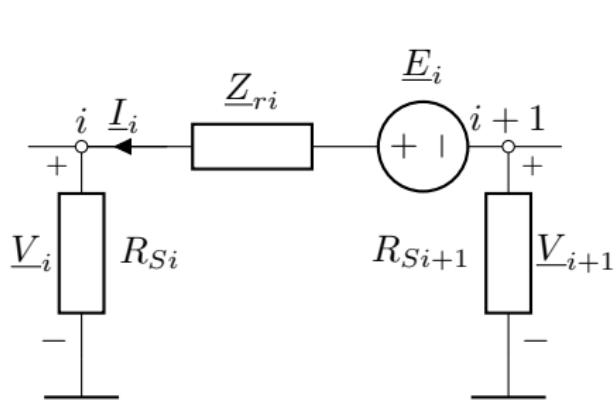
$$V_{i+1} - V_i - \underline{Z}_{ri} \cdot I_i + \underline{Z}_{mi} \cdot I_{k1} = 0.$$

# Егзактен модел на надземен вод

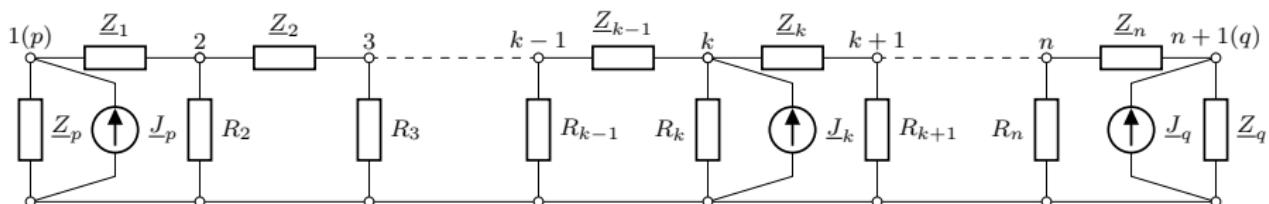
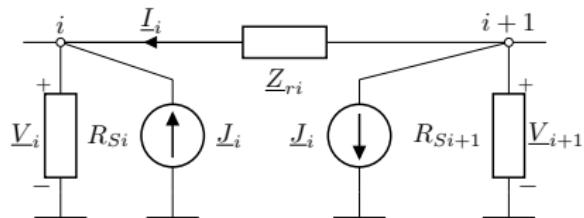
$$\underline{E}_i = \underline{Z}_{mi} \cdot \underline{I}_{k1}.$$

$$\underline{V}_{i+1} - \underline{V}_i = \underline{Z}_{ri} \cdot \underline{I}_i - \underline{E}_i$$

$$\underline{J}_i = \frac{\underline{E}_i}{\underline{Z}_{ri}} = \frac{\underline{Z}_{mi}}{\underline{Z}_{ri}} \cdot \underline{I}_{k1}$$



# Егзактен модел на надземен вод



$$\underline{I}_{kv} = \underline{I}_{k1} + \underline{I}_{k2}$$

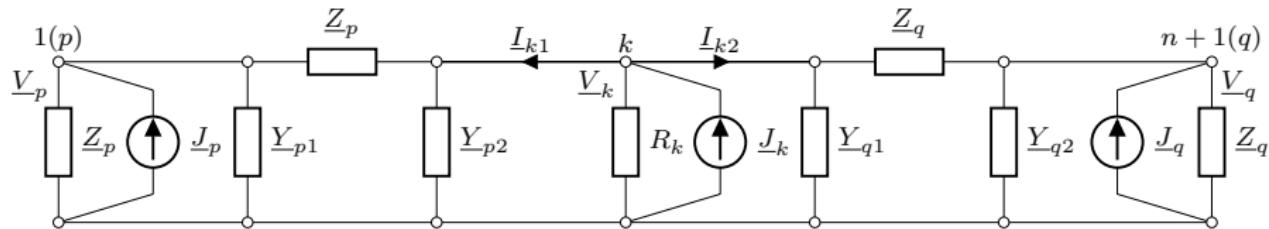
$$\underline{J}_p = \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_r} \cdot \underline{I}_{k1}$$

$$\underline{J}_q = \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_r} \cdot \underline{I}_{k2}$$

$$\underline{J}_k = \underline{I}_{kv} - \underline{J}_p - \underline{J}_q = \left(1 - \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_r}\right) \cdot \underline{I}_{kv}. \quad r_f = \left(1 - \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_r}\right)$$

# Егзактен модел на надземен вод – решение

Делот лево од местото на грешката е прикажан  $\pi$ -четворопол со параметри  $\underline{Y}_{p1}$ ,  $\underline{Y}_{p2}$  и  $\underline{Z}_p$ . Делот десно од местото на грешката е прикажан со  $\pi$ -четворопол со параметри  $\underline{Y}_{q1}$ ,  $\underline{Y}_{q2}$  и  $\underline{Z}_q$ .



Колото има само 3 јазли:  $p$ ,  $k$  и  $q$  и може да се реши со помош на методот на независни напони. Со тоа добиваат  $V_k$  и  $I_k$  и  $I_{k+1}$ , а по потреба и  $V_p$  и  $V_q$ .

## Пример 3

Еден 110 kV надземен вод е изведен со заштитно јаже тип АI/Č 50/30.

Просечната вредност на отпорностите на распостирање на заземјувачите на столбовите изнесува  $R_S = 10 \Omega$ . Специфичната отпорност на тлото по дужината на трасата од водот изнесува  $\rho = 100 \Omega \cdot \text{m}$ . Водот е долг  $l = 10 \text{ km}$  и има вкупно  $n = 40$  распони. Еквивалентната импеданција на постројката на крајот од водот изнесува  $Z_2 = (0,5 + j0) \Omega$ . Да се пресмета влезната (еквивалентната) импеданција на водот  $Z_{vl}$  и факторот на изнесениот потенцијал  $k_i$ . Во задачата водот да се посматра идеализирано, т.е. да се претпостави дека сите столбови имаат иста вредност на отпорноста  $R_S$  и сите распони се со иста дужина  $a = l/n = 250 \text{ m}$ .

$$D_{ek} = 658 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{f}} = 658 \cdot \sqrt{\frac{100}{50}} = 930,6 \text{ m};$$

$$\begin{aligned} x &= 0,1445 \cdot \log \frac{2D_{ek}}{d_{zj}} + 0,0157 \cdot \mu_r = \\ &= 0,1445 \cdot \log \frac{2 \cdot 930,6}{11,7 \cdot 10^{-3}} + 0,0157 \cdot 1 = 0,767 \Omega/\text{km}; \end{aligned}$$

$$Z_r = (r + jx) \cdot a = (0,564 + j0,767) \cdot 0,25 = (0,141 + j0,192) \Omega/\text{km}.$$

## Пример 3

$$\underline{Q} = 1 + \frac{\underline{Z}_r}{2R_S} = 1 + \frac{0,141 + j0,192}{20} = 1,0071 \cdot e^{j0,546^\circ};$$

$$\underline{g} = \ln \left( \underline{Q} + \sqrt{\underline{Q}^2 - 1} \right) = (0,137635 + j0,0695) = 0,154185 \cdot e^{j26.79^\circ};$$

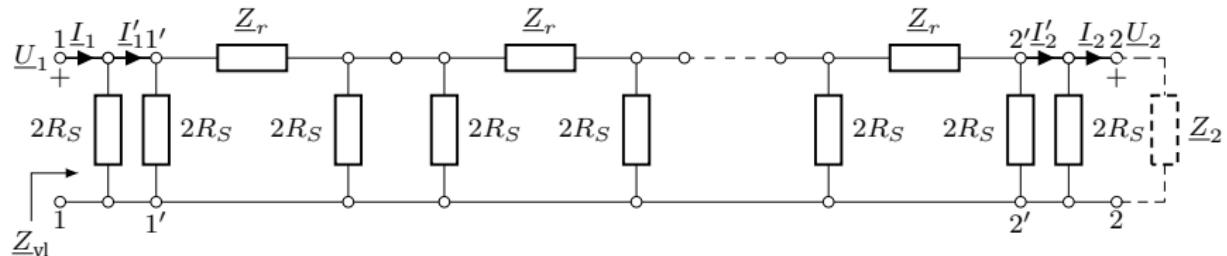
$$\underline{Z} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_r \cdot 2R_S}{2 + \underline{Z}_r/(2R_S)}} = (1,376 + j0,692) = 1,54 \cdot e^{j26,7^\circ} \Omega.$$

$$e^{n\underline{g}} = -230,095 + j87,078;$$

$$\text{ch}(n\underline{g}) = (e^{n\underline{g}} + e^{-n\underline{g}})/2 = -115,0494 + j43,5383;$$

$$\text{sh}(n\underline{g}) = (e^{n\underline{g}} - e^{-n\underline{g}})/2 = -115,0456 + j43,5397.$$

## Пример 3



$$Z'_2 = Z_2 \Pi(2R_S) = \frac{Z_2 \cdot 2R_S}{Z_2 + 2R_S} = \frac{0,5 \cdot 20}{0,5 + 20} = 0,489 \Omega;$$

$$Z'_{\text{vl}} = Z \cdot \frac{\text{ch}(n\underline{g}) + \frac{Z}{Z'_2} \cdot \text{sh}(n\underline{g})}{\text{sh}(n\underline{g}) + \frac{Z}{Z'_2} \cdot \text{ch}(n\underline{g})} = (1,37584 + j0,69192) \Omega;$$

$$Z_{\text{vl}} = Z'_{\text{vl}} \Pi(2R_S) = \frac{Z'_{\text{vl}} \cdot 2R_S}{Z'_{\text{vl}} + 2R_S} = (1,3069 + j0,60508) = 1,4402 \cdot e^{j24,84^\circ} \Omega.$$

## Пример 3

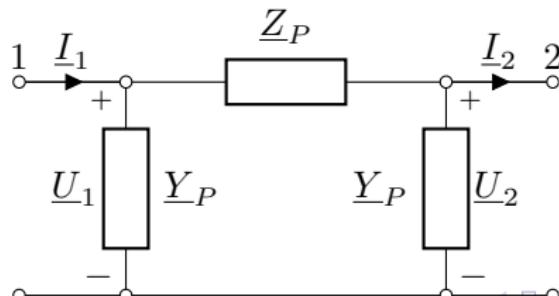
$$\underline{k}_i = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{1}{\operatorname{ch}(n\underline{g}) + \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}_2} \cdot \operatorname{sh}(n\underline{g})} = (-1, 995 + j0, 013) \cdot 10^{-3};$$

$$|\underline{k}_i| = 0,002.$$

$$\underline{U}_2 = \underline{k}_i \cdot \underline{U}_1; \quad U_2 = 0,002 \cdot U_1.$$

$$\underline{Z}_P = \underline{Z} \cdot \operatorname{sh}(n\underline{g}) = 190,025 \cdot e^{j186^\circ} \Omega;$$

$$\underline{Y}_P = \frac{\operatorname{ch}(n\underline{g}) - 1}{\underline{Z} \cdot \operatorname{sh}(n\underline{g})} + \frac{1}{2R_S} = 0,6994 \cdot e^{-24,7^\circ} \text{ S.}$$



## Пример 5

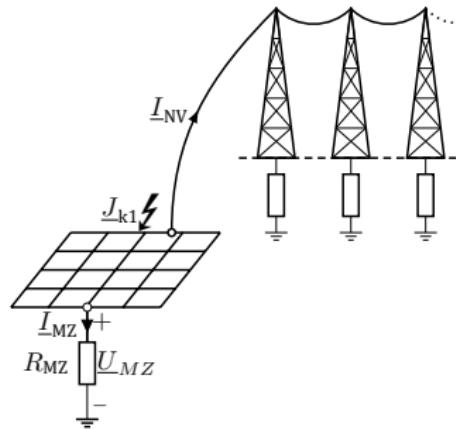
Една 110 kV ТС се напојува преку надземен вод за кој е познато

$$Z_{vl} = 1,712 \cdot e^{j28,1^\circ} \Omega = (1,51 + j0,81) \Omega,$$

додека отпорноста на мрежестиот заземјувач на самата ТС изнесува  $R_{MZ} = 2 \Omega$ . Струјата на еднофазна куса врска настаната на собирниците 110 kV на самата ТС што се инјектира во вкупниот ЗС изнесува  $J_{k1} = 3 \text{ kA}$ . Да се пресмета

- a) потенцијалот на мрежестиот заземјувач  $U_{MZ}$ ;
- б) уделот на струјата што се одведува преку мрежестиот заземјувач во земјата, изразена во kA и во %.
- в) колкави ќе бидат  $U_{MZ}$  и  $I_{MZ}$  во случајот кога во разгледуваната ТС влегуваат два надземни вода со исти карактеристики.

## Пример 5



$$Z_{ek} = R_{MZ} \Pi Z_{vl} = \frac{2 \cdot (1,51 + j0,81)}{2 + (1,51 + j0,81)} = 0,951 \cdot e^{j15,2^\circ} \Omega.$$

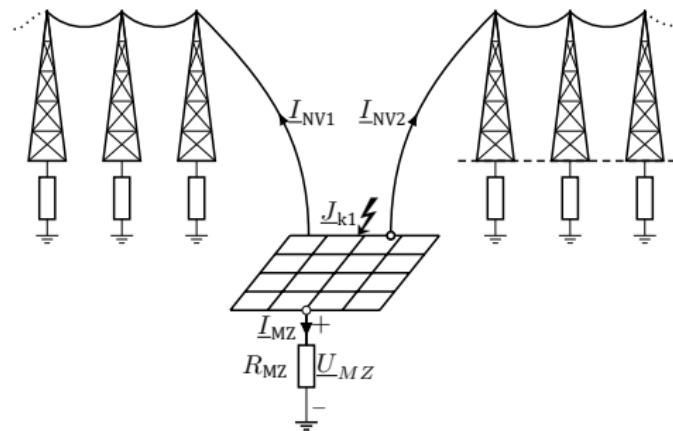
$$U_{MZ} = Z_{ek} \cdot J_{K1} = 0,951 \cdot 3 = 2,853 \text{ kV}.$$

$$I_{MZ} = \frac{U_{MZ}}{R_{MZ}} = \frac{2,853}{2} = 1,427 \text{ kA}.$$

$$I_{NV} = \frac{U_{MZ}}{Z_{vl}} = \frac{2,853}{1,712} = 1,666 \text{ kA}.$$

Надземниот вод со својот ЗС помага поголемиот дел од стујата да се одведе од

## Пример 5

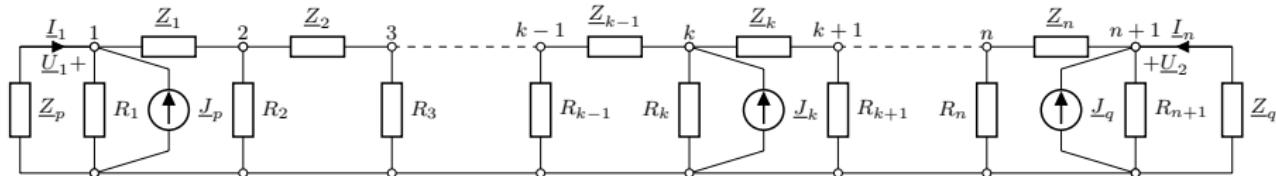


$$Z_{ek} = R_{MZ} \Pi \frac{Z_{vl}}{2} = \frac{2 \cdot (1,51/2 + j0,81/2)}{2 + (1,51/2 + j0,81/2)} = 0,615 \cdot e^{j19,8^\circ} \Omega.$$

$$U_{MZ} = Z_{ek} \cdot J_{K1} = 0,615 \cdot 3 = 1,845 \text{ kV}.$$

$$I_{MZ} = \frac{U_{MZ}}{R_{MZ}} = \frac{1,845}{2} = 0,923 \text{ kA}.$$

# Решавање на ЗС на надземен вод со матрици



$$\underline{Z}_k = \underline{z} \cdot a_k,$$

$$\underline{J}_p = \frac{\underline{z}_m}{\underline{z}} \cdot \underline{I}_{k1}, \quad \underline{J}_q = \frac{\underline{z}_m}{\underline{z}} \cdot \underline{I}_{k2}, \quad \underline{J}_k = \left(1 - \frac{\underline{z}_m}{\underline{z}}\right) \cdot \underline{I}_k, \quad \underline{I}_k = \underline{I}_{k1} + \underline{I}_{k2}$$

$$\underline{Y} \cdot \underline{U} = \underline{I},$$

$$\underline{Y}_{11} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{\underline{Z}_p},$$

$$\underline{Y}_{kk} = \frac{1}{\underline{Z}_{k-1}} + \frac{1}{R_k} + \frac{1}{\underline{Z}_k}, \quad k = 2, 3, \dots, n-1,$$

$$\underline{Y}_{nn} = \frac{1}{\underline{Z}_{n-1}} + \frac{1}{R_n} + \frac{1}{\underline{Z}_q},$$

$$\underline{Y}_{k,k-1} = \underline{Y}_{k-1,k} = -\frac{1}{\underline{Z}_{k-1}}, \quad k = 2, 3, \dots, n-1.$$

# Решавање на ЗС на надземен вод со матрици

$$\underline{I} = \begin{bmatrix} \underline{J}_p & 0 & \cdots & 0 & \underline{J}_k & 0 & \cdots & \underline{J}_q \end{bmatrix}^T,$$

$$\underline{U} = \underline{Y}^{-1} \cdot \underline{I}.$$

Bo Matlab ќе пишуваме  $\mathbf{U} = \mathbf{Y} \backslash \mathbf{I}$ , а не  $\mathbf{U} = \mathbf{Y}^{-1} * \mathbf{I}$

## Пример 6 – матрично решение на примерот 3

Кадеј 110 kV вод заштитното јаже има  $\underline{z} = (0, 564 + j0, 767) \Omega/\text{km}$ , а меѓусебна импеданција со фазниот спроводник е  $\underline{z}_m = (0, 05 + j0, 354) \Omega/\text{km}$ .

Отпорностите на заземјувачите на столбовите имаат  $R_S = 10 \Omega$ . Водот е долг  $l = 10 \text{ km}$  и има  $n = 40$  еднакви распони. Еквивалентните импеданции на постројките на двата краја се  $Z_p = (0, 4 + j0) \Omega$  и  $Z_q = (0, 5 + j0) \Omega$ . Да се одредат

- Влезната (еквивалентната) импеданција на водот на неговиот почеток  $\underline{Z}_{vl} = \underline{U}_1 / \underline{I}_1$  и факторот на изнесениот потенцијал  $\underline{k}_i = \underline{U}_n / \underline{U}_1$ .
- Параметрите на  $\pi$ -заменската шема на заземјувачкиот систем на водот.
- Факторите на изнесени потенцијали за сите столбови по должината на водот, а потоа да се пресметаат потенцијалите на столбовите 3 и 18 во случај кога напонот на почетокот на водот изнесува  $\underline{U}_1 = 1200 \text{ V}$ .
- Напоните на сите столбови ако е познато дека на столбот број 7 настанала еднофазна куса врска при што по фазните проводници течат струи  $I_{k1} = 1700 \text{ A}$  и  $I_{k2} = 1000 \text{ A}$ .
- Напоните на сите столбови ако се познати напоните на двата краја од водот  $\underline{U}_1 = 238 \cdot e^{j33,8^\circ} \text{ V}$  и  $\underline{U}_2 = 523 \cdot e^{-j8,6^\circ} \text{ V}$ .

# Пример 6

..../programi/vodovi/vod\_1.m

```
1 function vod = vod_1()
2 vod.Rs = 10*ones(41,1);
3 vod.Zr = (0.141+1j*0.192)*ones(40,1);
4 vod.Zp = 0.4;
5 vod.Zq = 0.5;
6 vod.z  = 0.564 + 1j*0.767;
7 vod.zm = 0.05 + 1j*0.354;
```

..../programi/vodovi/mat\_y.m

```
1 function [Y,n] = mat_y(datoteka)
2 vod = feval(datoteka);
3 [Rs,Zr] = deal(vod.Rs,vod.Zr);
4 n = length(vod.Rs);
5 Y = sparse(n,n);
6 Y(1,1) = 1/Zr(1) + 1/Rs(1);
7 for k = 2:n-1
8     Y(k,k) = 1/Zr(k-1) + 1/Zr(k) + 1/Rs(k);
9 end
10 Y(n,n) = 1/Zr(n-1) + 1/Rs(n);
11 for k = 2:n
12     Y(k,k-1) = -1/Zr(k-1);
13     Y(k-1,k) = Y(k,k-1);
14 end
```

# Пример 6а

..../programi/vodovi/zvl\_k.m

```
1 function [Zvl,k,Z] = zvl_k(datoteka)
2 [Y,n] = mat_y(datoteka);
3 vod = feval(datoteka);
4 Y(n,n) = Y(n,n) + 1/vod.Zq;
5 I = [1; zeros(n-1,1)];
6 Z = Y\I;
7 Zvl = Z(1);
8 k = Z(n)/Z(1);
```

```
>> [Zvl,k] = zvl_k('vod_1')
Zvl =
    1.3072 + 0.6057i
k =
   -0.0020 - 0.0000i
```

# Пример 66

.../programi/vodovi/vod\_pi.m

```
1 function [Zp,Yp1,Yp2] = vod_pi(datoteka)
2 [Y,n] = mat_y(datoteka);
3 I = zeros(n,2);
4 I(1,1) = 1;
5 I(n,2) = 1;
6 Z = Y\I;
7 Z1 = [
8     Z(1,1) Z(1,2)
9     Z(n,1) Z(n,2)
10    ];
11 Y1 = Z1^-1;
12 Zp = -1/Y1(1,2);
13 Yp1 = Y1(1,1) + Y1(1,2);
14 Yp2 = Y1(2,2) + Y1(1,2);
```

```
>> [Zp,Yp1,Yp2] = vod_pi('vod_1')
```

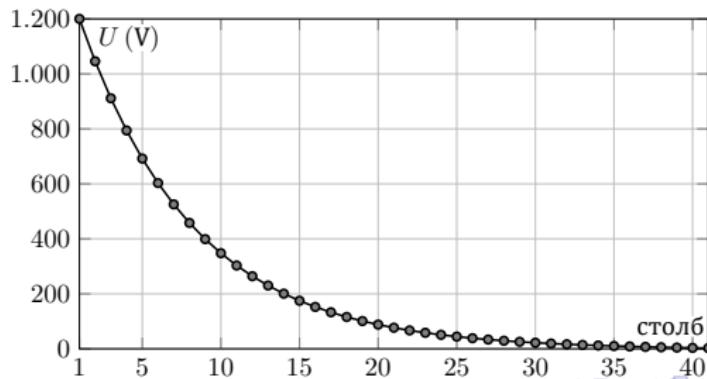
```
Zp =
-1.8870e+02 - 2.0341e+01i
Yp1 =
0.6350 - 0.2924i
Yp2 =
0.6350 - 0.2924i
```

# Пример бв

.../programi/vodovi/vod\_naponi.m

```
1 function U = vod_naponi(datoteka,U1)
2 [Zvl,k,Z] = zvl_k(datoteka);
3 k = Z/Z(1);
4 U = k*U1;
```

```
>> U = vod_naponi('vod_1',1200);
>> abs(U([3 18]))
ans =
  911.1734
  115.6573
>> plot(abs(U))
```

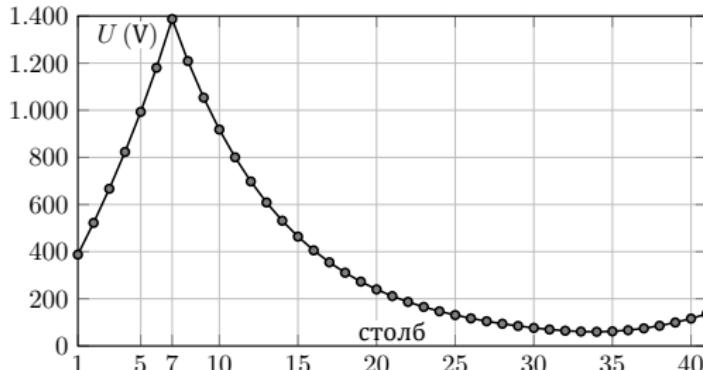


# Пример 6г

..../programi/vodovi/vod\_naponi\_opsto.m

```
1 function U = vod_naponi_opsto(datoteka,Ik1,Ik2,k)
2 vod = feval(datoteka);
3 [Y,n] = mat_y(datoteka);
4 Y(1,1) = Y(1,1) + 1/vod.Zp;
5 Y(n,n) = Y(n,n) + 1/vod.Zq;
6 rf = 1 - vod.zm/vod.z;
7 Jp = (1-rf) * Ik1;
8 Jq = (1-rf) * Ik2;
9 Jk = rf * (Ik1 + Ik2);
10 I = zeros(n,1);
11 I(1) = Jp;
12 I(k) = Jk;
13 I(n) = Jq;
14 U = Y\I;
```

```
>> U = vod_naponi_opsto('vod_1',1700,1000,7);
```



# Пример бд

$$\underline{Y} \cdot \underline{U} = \underline{I}$$

$$I_1 = \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_n}{\underline{Z}_P} + \underline{Y}_{P1} \cdot \underline{U}_1$$

$$I_n = \frac{\underline{U}_n - \underline{U}_1}{\underline{Z}_P} + \underline{Y}_{P2} \cdot \underline{U}_{41}.$$

```
.. /programi/vodovi/vod_naponi_ulun.m
```

```
1 function U = vod_naponi_ulun(datoteka,U1,Un)
2 [Zp,Yp1,Yp2] = vod_pi(datoteka);
3 [Y,n] = mat_y(datoteka);
4 I = zeros(n,1);
5 I(1) = (U1-Un)/Zp + Yp1*U1;
6 I(n) = (Un-U1)/Zp + Yp2*Un;
7 U = Y\I;
```

```
>> U1 = 238*exp(1j*33.8/180*pi);
>> Un = 523*exp(-1j*8.6/180*pi);
>> U = vod_naponi_ulun('vod_1',U1,Un);
```