

Заземјувачи и заземјувачки системи во електроенергетските мрежи

Надземен вод како елемент од заземјувачкиот систем на електроенергетските мрежи

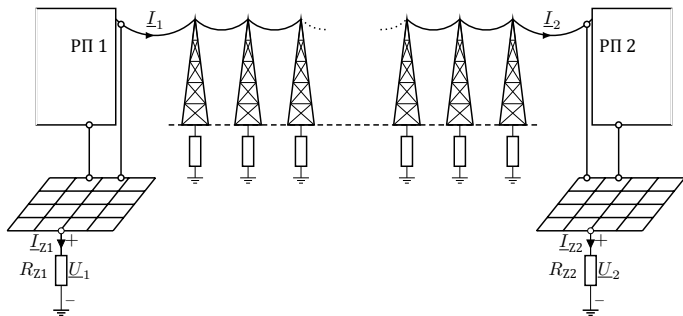
М. Тодоровски

Институт за преносни електроенергетски системи
Факултет за електротехника и информациски технологии
Универзитет Св. Кирил и Методиј

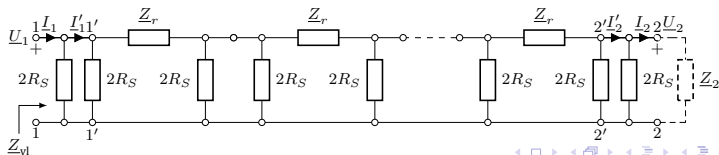
mirko@feit.ukim.edu.mk
pees.feit.ukim.edu.mk

Скопје, 2017

Идеализиран модел на заземјувачкиот систем на надземен вод



$$Z_{v1} = \frac{U_1}{I_1}.$$



Параметри на заштитното јаже

$$\underline{Z}_r = \underline{z} \cdot a = (r + jx) \cdot a,$$

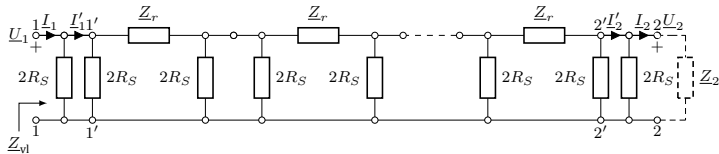
$$r = \frac{1000}{\kappa_{zj} \cdot A_{zj}} = \frac{1000 \cdot \rho_{zj}}{A_{zj}} \quad \left(\frac{\Omega}{\text{km}} \right)$$

$$x = 0,1445 \cdot \log \frac{2D_{ek}}{d_{zj}} + 0,0157 \cdot \mu_r \quad \left(\frac{\Omega}{\text{km}} \right)$$

$$D_{ek} = 658 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{f}}, \quad (\text{m})$$

Низа од π -четворополи

π -четворополи со параметри $2R_S$, \underline{Z}_r и $2R_S$



$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \text{ch}(n\underline{g}) + \underline{Z} \cdot \underline{I}'_2 \cdot \text{sh}(n\underline{g}),$$

$$\underline{I}'_1 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}} \cdot \text{sh}(n\underline{g}) + \underline{I}'_2 \cdot \text{ch}(n\underline{g}),$$

$$\underline{Q} = 1 + \frac{\underline{Z}_r}{2R_S},$$

$$\underline{g} = \ln \left(\underline{Q} + \sqrt{\underline{Q}^2 - 1} \right) = \ln \left[1 + \frac{\underline{Z}_r}{2R_S} + \sqrt{\frac{\underline{Z}_r}{R_S} + \left(\frac{\underline{Z}_r}{2R_S} \right)^2} \right],$$

$$\underline{Z} = \sqrt{\frac{2R_S \underline{Z}_r}{2 + \underline{Z}_r / (2R_S)}} = 2R_S \cdot \sqrt{\frac{\underline{Q} - 1}{\underline{Q} + 1}}.$$

Упростувања за \underline{g} и \underline{Z}

$$\left| \frac{\underline{Z}_r}{2R_S} \right| \ll 1,$$

$$\ln(1 + \xi) \approx \xi, \quad (\xi \ll 1),$$

$$\underline{g} \approx \frac{\underline{Z}_r}{2R_S} + \sqrt{\frac{\underline{Z}_r}{R_S} + \left(\frac{\underline{Z}_r}{2R_S} \right)^2} \approx \frac{\underline{Z}_r}{2R_S} + \sqrt{\frac{\underline{Z}_r}{R_S}},$$

$$\underline{Z} \approx \sqrt{\underline{Z}_r \cdot R_S}.$$

$$\underline{Z}'_{v1} = \underline{Z}'_{v1} \Pi(2R_S) = \frac{\underline{Z}'_{v1} \cdot 2R_S}{\underline{Z}'_{v1} + 2R_S}, \quad \underline{Z}'_2 = \underline{Z}_2 \Pi(2R_S) = \frac{\underline{Z}_2 \cdot 2R_S}{\underline{Z}_2 + 2R_S}$$

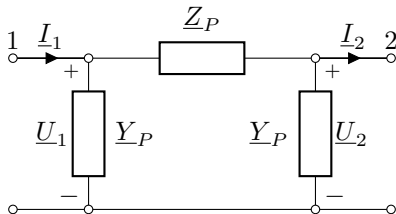
$$\underline{Z}'_{v1} = \underline{Z} \cdot \frac{\operatorname{ch}(n\underline{g}) + \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}'_2} \cdot \operatorname{sh}(n\underline{g})}{\operatorname{sh}(n\underline{g}) + \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}'_2} \cdot \operatorname{ch}(n\underline{g})}.$$

$$\underline{k}_i = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\operatorname{ch}(n\underline{g}) + \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}'_2} \cdot \operatorname{sh}(n\underline{g})}.$$

π -заменска шема на ВОДОТ

$$\underline{Z}_P = \underline{Z} \cdot \text{sh}(ng),$$

$$\underline{Y}_P = \frac{\text{ch}(ng) - 1}{\underline{Z} \cdot \text{sh}(ng)} + \frac{1}{2R_S}.$$



Приближни изрази за влезната импеданција

Долги водови

$$n \geq \frac{3}{\operatorname{Re}(\underline{g})}, \quad n \geq \frac{3}{\alpha},$$

$$\underline{Z}_{v1} \approx \sqrt{\underline{Z}_r \cdot R_S} - \frac{\underline{Z}_r}{2}.$$

Куси водови

$$n \leq \frac{0,316}{|\underline{g}|},$$

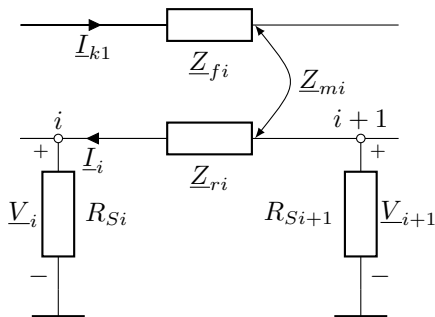
$$\underline{Z}_{v1} = \frac{\underline{Z}'_2 + n \cdot \underline{Z}_r}{1 + n \cdot \frac{\underline{Z}'_2}{R_S}}, \quad \underline{Z}'_2 = \frac{2R_S \cdot \underline{Z}_2}{2R_S + \underline{Z}_2}.$$

Егзактен модел на надземен вод

$$\underline{Z}_m = r_z + 0,1445 \cdot \log \frac{D_{ek}}{D_{zm}},$$

$$r_z = \frac{\mu \cdot \pi \cdot f}{4} \approx 0,05 \frac{\Omega}{\text{km}},$$

$$D_{zm} = \sqrt[3]{D_{zA} \cdot D_{zB} \cdot D_{zC}}.$$



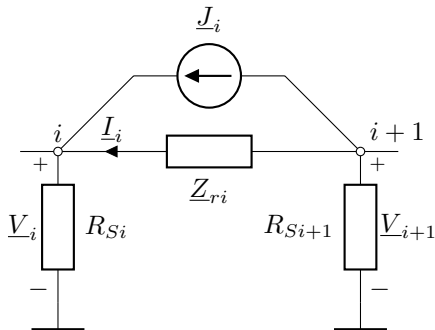
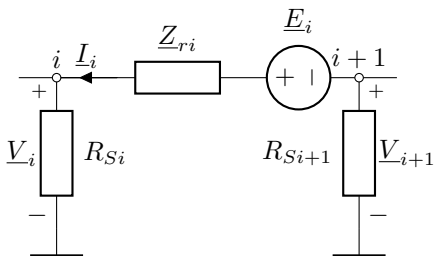
$$\underline{V}_{i+1} - \underline{V}_i - \underline{Z}_{ri} \cdot \underline{I}_i + \underline{Z}_{mi} \cdot \underline{I}_{k1} = 0.$$

Егзактен модел на надземен вод

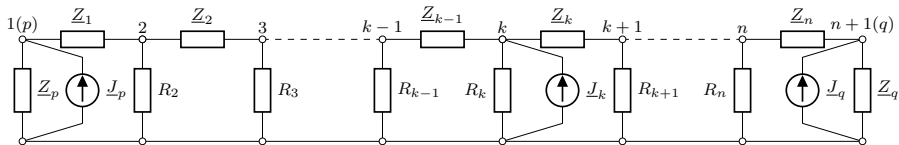
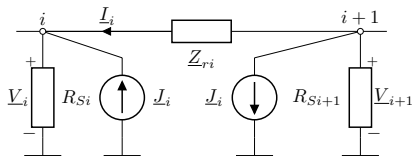
$$\underline{E}_i = \underline{Z}_{mi} \cdot \underline{I}_{k1}$$

$$\underline{V}_{i+1} - \underline{V}_i = \underline{Z}_{ri} \cdot \underline{I}_i - \underline{E}_i$$

$$\underline{J}_i = \frac{\underline{E}_i}{\underline{Z}_{ri}} = \frac{\underline{Z}_{mi}}{\underline{Z}_{ri}} \cdot \underline{I}_{k1}$$



Егзактен модел на надземен вод



$$\underline{I}_{kv} = \underline{I}_{k1} + \underline{I}_{k2}$$

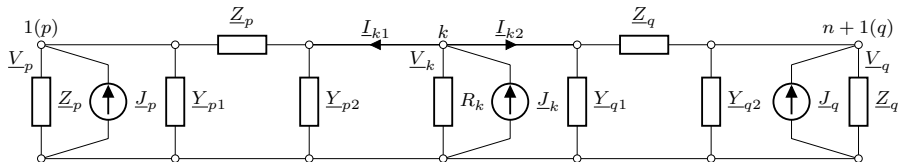
$$\underline{J}_p = \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_r} \cdot \underline{I}_{k1}$$

$$\underline{J}_q = \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_r} \cdot \underline{I}_{k2}$$

$$\underline{J}_k = \underline{I}_{kv} - \underline{J}_p - \underline{J}_q = \left(1 - \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_r}\right) \cdot \underline{I}_{kv} \quad \underline{r}_f = \left(1 - \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_r}\right)$$

Егзактен модел на надземен вод – решение

Делот лево од местото на грешката е прикажан π -четворпол со параметри \underline{Y}_{p1} , \underline{Y}_{p2} и \underline{Z}_p . Делот десно од местото на грешката е прикажан со π -четворпол со параметри \underline{Y}_{q1} , \underline{Y}_{q2} и \underline{Z}_q .

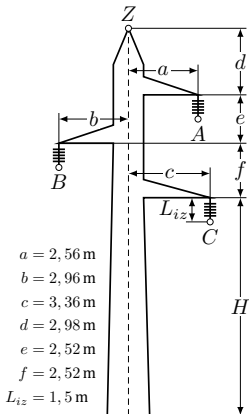


Колото има само 3 јазли: p , k и q и може да се реши со помош на методот на независни напони. Со тоа добиваат \underline{V}_k и \underline{I}_k и \underline{I}_{k+1} , а по потреба и \underline{V}_p и \underline{V}_q .

Пример 1

Да се пресмета редуциониот фактор r_f за водот 110 kV „Скопје 3 – Козјак – Самоков“ кој минува низ терен со $\rho = 500 \Omega\text{m}$ и за е познато

- спроводници Al/Č 240/40 mm²;
- заштитно јаже Fe III 50 mm². ($A_{zj} = 50 \text{ mm}^2$; $d_{zj} = 9 \text{ mm}$; $r_{zj} = 3 \Omega/\text{km}$; $\mu_r = 30$);
- просечна вредност на распонот $a = 300 \text{ m}$.



Пример 1

$$\underline{Z}_r = \underline{z} \cdot a = (r + jx) \cdot a$$

$$r = r_z + \frac{1000}{\kappa_{zj} \cdot A_{zj}} = \frac{1000 \cdot \rho_{zj}}{A_{zj}} = 0,05 + \frac{1000 \cdot 0,15}{50} = 3,05 \frac{\Omega}{\text{km}};$$

$$D_{ek} = 658 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{f}} = 658 \cdot \sqrt{\frac{500}{50}} = 2081 \text{ m};$$

$$x = 0,1445 \cdot \log \frac{2D_{ek}}{d_{zj}} + 0,0157 \cdot \mu_r = 0,1445 \cdot \log \frac{2 \cdot 2081}{9} + 0,0157 \cdot 30 = 1,29 \frac{\Omega}{\text{km}};$$

$$\underline{z} = r + jx = (3,05 + j1,29) \frac{\Omega}{\text{km}};$$

$$\underline{Z}_r = \underline{z} \cdot a = (0,915 + j0,387) = 0,993 \cdot e^{j22,9^\circ} \Omega.$$

$$\underline{z}_m = r_z + 0,1445 \log \frac{D_{ek}}{D_{zm}} = (0,05 + j0,354) = 0,358 \cdot e^{j82^\circ} \frac{\Omega}{\text{km}};$$

$$\underline{Z}_m = z_m \cdot a = (0,015 + j0,106) = 0,107 \cdot e^{j82^\circ} \Omega,$$

$$D_{zm} = \sqrt[3]{D_{zA} \cdot D_{zB} \cdot D_{zC}} = \sqrt[3]{5,16 \cdot 7,6 \cdot 10,1} = 7,343 \text{ m}.$$

Пример 1

$$\frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_r} = \frac{z_m}{z_r} = (0,0056 + j0,0927) = 0,108 \cdot e^{j59,0^\circ};$$

$$\underline{r}_f = 1 - \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_r} = (0,944 - j0,093) = 0,949 \cdot e^{-j5,6^\circ}.$$

$\rho(\Omega\text{m})$	$D_{ek}(\text{m})$	$ \underline{r}_f $	$\arg\{\underline{r}_f\}$
50	658,0	0,957	$-4,4^\circ$
100	930,6	0,955	$-4,8^\circ$
200	1316,0	0,952	$-5,1^\circ$
300	1611,8	0,951	$-5,3^\circ$
400	1861,1	0,950	$-5,5^\circ$
500	2080,8	0,949	$-5,6^\circ$
1000	2942,7	0,947	$-6,0^\circ$

Пример 2

Со примена на постапка како во примерот 1, за 110 kV надземен вод изведен на столбовите тип M4, производ на „Енергеоинвест“ – Сараево, да се изврши пресметка на вредностите на редукциониот фактор r_f во зависност од специфичната отпорност на тлото $\rho = 100 \Omega\text{m}$ за следните 9 случаи на типот на заштитно јаже

јаже	$A_{zj}(\text{mm}^2)$	$d_{zj}(\text{mm})$	$r_{zj}(\Omega/\text{km})$
а) Fe III 35 mm ²	34,4	7,5	4,36
б) Fe III 50 mm ²	49,5	9	3,032
в) Fe III 70 mm ²	65,2	10,5	2,301
г) Al/Č 35/6 mm ²	34,3	8,1	0,835
д) Al/Č 50/8 mm ²	51,2	11,7	0,564
ѓ) Al/Č 50/30 mm ²	51,2	11,7	0,564
е) Al/Č 95/55 mm ²	96,5	16,0	0,389
ж) Al/Č 120/70 mm ²	122,0	18,0	0,299
з) AWG 126,1 mm ²	126,1	13,0	0,600

Пример 2

$$z_m = r_z + 0,1445 \log \frac{D_{ek}}{D_{zm}} = (0,05 + j0,354) = 0,358 \cdot e^{j82^\circ} \frac{\Omega}{\text{km}},$$

јаже	μ_r	z (Ω/km)	$ z $	$\arg\{z\}$	$ r_f $	$\arg\{r_f\}$
а) Fe III 35 mm ²	30	4,410 + j1,251	4,584	15,8	0,973	-3,6
б) Fe III 50 mm ²	30	3,082 + j1,289	3,322	21,9	0,955	-4,8
в) Fe III 70 mm ²	30	2,351 + j1,229	2,653	27,6	0,935	-5,7
г) Al/Č 35/6 mm ²	1	0,885 + j0,790	1,187	41,8	0,814	-11,5
д) Al/Č 50/8 mm ²	1	0,645 + j0,780	1,012	50,4	0,753	-11,7
ђ) Al/Č 50/30 mm ²	1	0,614 + j0,767	0,983	51,3	0,743	-11,9
е) Al/Č 95/55 mm ²	1	0,439 + j0,748	0,867	59,6	0,681	-10,8
ж) Al/Č 120/70 mm ²	1	0,349 + j0,740	0,818	64,8	0,646	-9,2
з) AWG 126,1 mm ²	1	0,650 + j0,761	1,001	49,5	0,754	-12,2

Пример 3

Еден 110 kV надземен вод е изведен со заштитно јаже тип Al/Џ 50/30. Просечната вредност на отпорностите на распростирање на заземјувачите на столбовите изнесува $R_S = 10 \Omega$. Специфичната отпорност на тлото по должината на трасата од водот изнесува $\rho = 100 \Omega\text{m}$. Водот е долг $l = 10 \text{ km}$ и има вкупно $n = 40$ распони. Еквивалентната импеданција на постројката на крајот од водот изнесува $\underline{Z}_2 = (0,5 + j0) \Omega$. Да се пресмета влезната (еквивалентната) импеданција на водот \underline{Z}_{vl} и факторот на изнесениот потенцијал k_i . Во задачата водот да се посматра идеализирано, т.е. да се претпостави дека сите столбови имаат иста вредност на отпорноста R_S и сите распони се со иста должина $a = l/n = 250 \text{ m}$.

$$D_{ek} = 658 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{f}} = 658 \cdot \sqrt{\frac{100}{50}} = 930,6 \text{ m};$$

$$\begin{aligned}x &= 0,1445 \cdot \log \frac{2D_{ek}}{d_{zj}} + 0,0157 \cdot \mu_r = \\ &= 0,1445 \cdot \log \frac{2 \cdot 930,6}{11,7 \cdot 10^{-3}} + 0,0157 \cdot 1 = 0,767 \Omega/\text{km};\end{aligned}$$

$$\underline{Z}_r = (r + jx) \cdot a = (0,564 + j0,767) \cdot 0,25 = (0,141 + j0,192) \Omega/\text{km}.$$

Пример 3

$$\underline{Q} = 1 + \frac{\underline{Z}_r}{2R_S} = 1 + \frac{0,141 + j0,192}{20} = 1,0071 \cdot e^{j0,546^\circ};$$

$$\underline{g} = \ln \left(\underline{Q} + \sqrt{\underline{Q}^2 - 1} \right) = (0,137635 + j0,0695) = 0,154185 \cdot e^{j26,79^\circ};$$

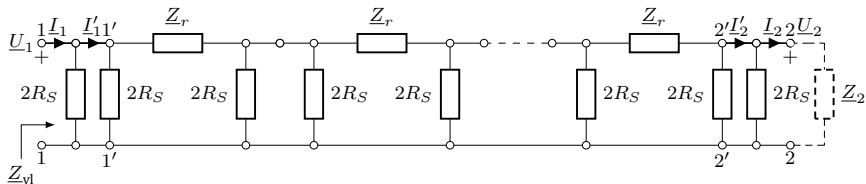
$$\underline{Z} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_r \cdot 2R_S}{2 + \underline{Z}_r/(2R_S)}} = (1,376 + j0,692) = 1,54 \cdot e^{j26,7^\circ} \Omega.$$

$$e^{n\underline{g}} = -230,095 + j87,078;$$

$$\operatorname{ch}(n\underline{g}) = (e^{n\underline{g}} + e^{-n\underline{g}})/2 = -115,0494 + j43,5383;$$

$$\operatorname{sh}(n\underline{g}) = (e^{n\underline{g}} - e^{-n\underline{g}})/2 = -115,0456 + j43,5397.$$

Пример 3



$$\underline{Z}'_2 = \underline{Z}_2 \Pi(2R_S) = \frac{\underline{Z}_2 \cdot 2R_S}{\underline{Z}_2 + 2R_S} = \frac{0,5 \cdot 20}{0,5 + 20} = 0,489 \Omega;$$

$$\underline{Z}'_{v1} = \underline{Z} \cdot \frac{\text{ch}(n\underline{g}) + \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}'_2} \cdot \text{sh}(n\underline{g})}{\text{sh}(n\underline{g}) + \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}'_2} \cdot \text{ch}(n\underline{g})} = (1,37584 + j0,69192) \Omega;$$

$$\underline{Z}_{v1} = \underline{Z}'_{v1} \Pi(2R_S) = \frac{\underline{Z}'_{v1} \cdot 2R_S}{\underline{Z}'_{v1} + 2R_S} = (1,3069 + j0,60508) = 1,4402 \cdot e^{j24,84^\circ} \Omega.$$

Пример 3

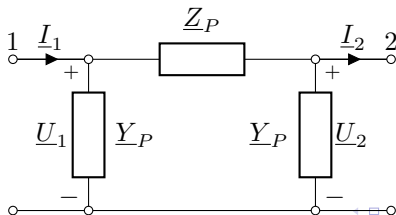
$$\underline{k}_i = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{1}{\operatorname{ch}(n\underline{g}) + \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}_2} \cdot \operatorname{sh}(n\underline{g})} = (-1,995 + j0,013) \cdot 10^{-3};$$

$$|\underline{k}_i| = 0,002.$$

$$\underline{U}_2 = \underline{k}_i \cdot \underline{U}_1; \quad U_2 = 0,002 \cdot U_1.$$

$$\underline{Z}_P = \underline{Z} \cdot \operatorname{sh}(n\underline{g}) = 190,025 \cdot e^{j186^\circ} \Omega;$$

$$\underline{Y}_P = \frac{\operatorname{ch}(n\underline{g}) - 1}{\underline{Z} \cdot \operatorname{sh}(n\underline{g})} + \frac{1}{2R_S} = 0,6994 \cdot e^{-24,7^\circ} \text{ S}.$$



Пример 4

Да се пресмета \underline{Z}_{vl} за водот од примерот 3 со помош на изразите што важат за „долгите водови“. Колкава е разликата во добиените резултати?

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{vl} &\approx \sqrt{\underline{Z}_r \cdot R_s} - \frac{Z_r}{2} = \\ &= \sqrt{(0,141 + j0,192) \cdot 10} - \frac{(0,141 + j0,192)}{2} = 1,438 \cdot e^{j24,7^\circ} \Omega.\end{aligned}$$

Грешката при пресметувањето \underline{Z}_{vl} изнесува само 0,15% и таа е занемарливо мала. Приближниот израз може слободно да се применува кај „долгите водови“.

Пример 5

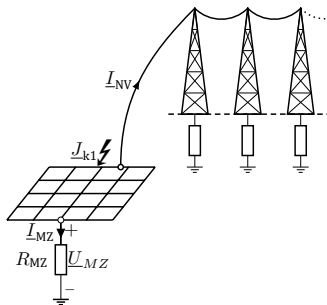
Една 110 kV ТС се напојува преку надземен вод за кој е познато

$$\underline{Z}_{vl} = 1,712 \cdot e^{j28,1^\circ} \Omega = (1,51 + j0,81) \Omega,$$

додека отпорноста на мрежестиот заземјувач на самата ТС изнесува $R_{MZ} = 2 \Omega$. Струјата на еднофазна куса врска настаната на собирниците 110 kV на самата ТС што се инјектира во вкупниот ЗС изнесува $J_{k1} = 3$ kA. Да се пресмета

- потенцијалот на мрежестиот заземјувач U_{MZ} ;
- уделот на струјата што се одведува преку мрежестиот заземјувач во земјата, изразена во kA и во %.
- колкави ќе бидат U_{MZ} и I_{MZ} во случајот кога во разгледуваната ТС влегуваат два надземни вода со исти карактеристики.

Пример 5



$$\underline{Z}_{ek} = R_{MZ} \Pi \underline{Z}_{vl} = \frac{2 \cdot (1,51 + j0,81)}{2 + (1,51 + j0,81)} = 0,951 \cdot e^{j15,2^\circ} \Omega.$$

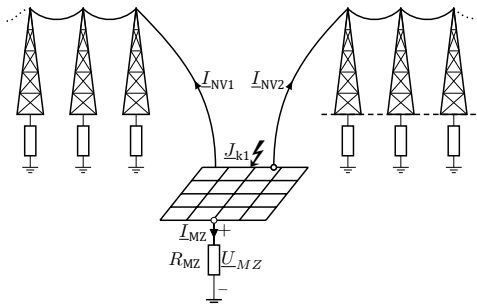
$$U_{MZ} = Z_{ek} \cdot J_{K1} = 0,951 \cdot 3 = 2,853 \text{ kV.}$$

$$I_{MZ} = \frac{U_{MZ}}{R_{MZ}} = \frac{2,853}{2} = 1,427 \text{ kA.}$$

$$I_{NV} = \frac{U_{MZ}}{Z_{vl}} = \frac{2,853}{1,712} = 1,666 \text{ kA.}$$

Надземниот вод со својот ЗС помага поголемиот дел од ступјата да се одведе од

Пример 5

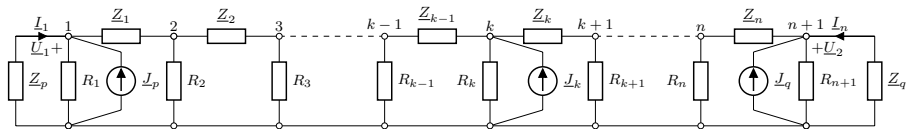


$$Z_{ek} = R_{MZ} \Pi \frac{Z_{vl}}{2} = \frac{2 \cdot (1,51/2 + j0,81/2)}{2 + (1,51/2 + j0,81/2)} = 0,615 \cdot e^{j19,8^\circ} \Omega.$$

$$U_{MZ} = Z_{ek} \cdot J_{K1} = 0,615 \cdot 3 = 1,845 \text{ kV.}$$

$$I_{MZ} = \frac{U_{MZ}}{R_{MZ}} = \frac{1,845}{2} = 0,923 \text{ kA.}$$

Решавање на ЗС на надземен вод со матрици



$$\underline{Z}_k = \underline{z} \cdot a_k,$$

$$\underline{J}_p = \frac{\underline{z}_m}{\underline{z}} \cdot \underline{I}_{k1}, \quad \underline{J}_q = \frac{\underline{z}_m}{\underline{z}} \cdot \underline{I}_{k2}, \quad \underline{J}_k = \left(1 - \frac{\underline{z}_m}{\underline{z}}\right) \cdot \underline{I}_k, \quad \underline{I}_k = \underline{I}_{k1} + \underline{I}_{k2}$$

$$\underline{Y} \cdot \underline{U} = \underline{I},$$

$$\underline{Y}_{11} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{\underline{Z}_p},$$

$$\underline{Y}_{kk} = \frac{1}{\underline{Z}_{k-1}} + \frac{1}{R_k} + \frac{1}{\underline{Z}_k}, \quad k = 2, 3, \dots, n-1,$$

$$\underline{Y}_{nn} = \frac{1}{\underline{Z}_{n-1}} + \frac{1}{R_n} + \frac{1}{\underline{Z}_q},$$

$$\underline{Y}_{k,k-1} = \underline{Y}_{k-1,k} = -\frac{1}{\underline{Z}_{k-1}}, \quad k = 2, 3, \dots, n-1.$$

Решавање на ЗС на надземен вод со матрици

$$\underline{\mathbf{I}} = \left[\underline{J}_p \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad \underline{J}_k \quad 0 \quad \cdots \quad \underline{J}_q \right]^T,$$

$$\underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{Y}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{I}}.$$

Во Matlab ќе пишуваме $\mathbf{U} = \mathbf{Y} \backslash \mathbf{I}$, а не $\mathbf{U} = \mathbf{Y}^{-1} * \mathbf{I}$

Параметри на π -шемата на водот

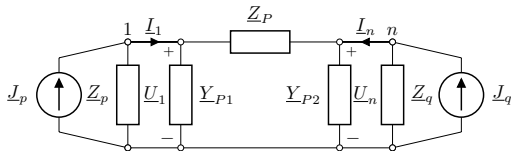
Импеданциите \underline{Z}_p и \underline{Z}_q не се вметнуваат во матрицата \underline{Y}

$$\underline{Y}_{11} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{R_1},$$

$$\underline{Y}_{nn} = \frac{1}{\underline{Z}_{n-1}} + \frac{1}{R_n}.$$

$$\underline{Z} = \underline{Y}^{-1},$$

Во Matlab нема да правиме инверзија на матрица, туку ќе ги добиеме само првата и последната колона од \underline{Z} .



Параметри на π -шемата на водот

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{12} \cdot \underline{I}_2 + \underline{Z}_{13} \cdot \underline{I}_3 + \dots + \underline{Z}_{1n} \cdot \underline{I}_n,$$

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{1n} \cdot \underline{I}_n.$$

$$\underline{U}_n = \underline{Z}_{n1} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{nn} \cdot \underline{I}_n.$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{1n} \\ \underline{Z}_{n1} & \underline{Z}_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_n \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{Z}}' \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_n \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{Z}}' = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{1n} \\ \underline{Z}_{n1} & \underline{Z}_{nn} \end{bmatrix}.$$

$$\underline{\mathbf{Y}}' = (\underline{\mathbf{Z}}')^{-1}.$$

$$\underline{\mathbf{Y}}' = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{P1} + \frac{1}{\underline{Z}_P} & -\frac{1}{\underline{Z}_P} \\ -\frac{1}{\underline{Z}_P} & \underline{Y}_{P2} + \frac{1}{\underline{Z}_P} \end{bmatrix}.$$

Параметри на π -шемата на водот

$$\underline{Z}_P = -\frac{1}{\underline{Y}'_{12}},$$

$$\underline{Y}_{P1} = \underline{Y}'_{11} - \frac{1}{\underline{Z}_P} = \underline{Y}'_{11} + \underline{Y}'_{12},$$

$$\underline{Y}_{P2} = \underline{Y}'_{22} - \frac{1}{\underline{Z}_P} = \underline{Y}'_{22} + \underline{Y}'_{12}.$$

Пример 6 – матрично решение на примерот 3

Кај 110 kV вод заштитното јаже има $z = (0, 564 + j0, 767) \Omega/\text{km}$, а меѓусебна импеданција со фазниот спроводник е $z_m = (0, 05 + j0, 354) \Omega/\text{km}$. Отпорностите на заземјувачите на столбовите имаат $R_S = 10 \Omega$. Водот е долг $l = 10 \text{ km}$ и има $n = 40$ еднакви распони. Еквивалентните импеданции на постројките на двата краја се $Z_p = (0, 4 + j0) \Omega$ и $Z_q = (0, 5 + j0) \Omega$. Да се одредат

- Влезната (еквивалентната) импеданција на водот на неговиот почеток $Z_{vl} = \underline{U}_1 / \underline{I}_1$ и факторот на изнесениот потенцијал $k_i = \underline{U}_n / \underline{U}_1$.
- Параметрите на π -заменската шема на заземјувачкиот систем на водот.
- Факторите на изнесени потенцијали за сите столбови по должината на водот, а потоа да се пресметаат потенцијалите на столбовите 3 и 18 во случај кога напонот на почетокот на водот изнесува $\underline{U}_1 = 1200 \text{ V}$.
- Напоните на сите столбови ако е познато дека на столбот број 7 настанала еднофазна куса врска при што по фазните проводници течат струи $\underline{I}_{k1} = 1700 \text{ A}$ и $\underline{I}_{k2} = 1000 \text{ A}$.
- Напоните на сите столбови ако се познати напоните на двата краја од водот $\underline{U}_1 = 238 \cdot e^{j33,8^\circ} \text{ V}$ и $\underline{U}_2 = 523 \cdot e^{-j8,6^\circ} \text{ V}$.

Пример 6

../programi/vodovi/vod_1.m

```
1 function vod = vod_1()
2 vod.Rs = 10*ones(41,1);
3 vod.Zr = (0.141+1j*0.192)*ones(40,1);
4 vod.Zp = 0.4;
5 vod.Zq = 0.5;
6 vod.z = 0.564 + 1j*0.767;
7 vod.zm = 0.05 + 1j*0.354;
```

../programi/vodovi/mat_y.m

```
1 function [Y,n] = mat_y(datoteka)
2 vod = feval(datoteka);
3 [Rs,Zr] = deal(vod.Rs,vod.Zr);
4 n = length(vod.Rs);
5 Y = sparse(n,n);
6 Y(1,1) = 1/Zr(1) + 1/Rs(1);
7 for k = 2:n-1
8     Y(k,k) = 1/Zr(k-1) + 1/Zr(k) + 1/Rs(k);
9 end
10 Y(n,n) = 1/Zr(n-1) + 1/Rs(n);
11 for k = 2:n
12     Y(k,k-1) = -1/Zr(k-1);
13     Y(k-1,k) = Y(k,k-1);
14 end
```

Пример ба

../programi/vodovi/zvl_k.m

```
1 function [Zvl,k,Z] = zvl_k(datoteka)
2 [Y,n] = mat_y(datoteka);
3 vod = feval(datoteka);
4 Y(n,n) = Y(n,n) + 1/vod.Zq;
5 I = [1; zeros(n-1,1)];
6 Z = Y\I;
7 Zvl = Z(1);
8 k = Z(n)/Z(1);
```

```
>> [Zvl,k] = zvl_k('vod_1')
Zvl =
    1.3072 + 0.6057i
k =
   -0.0020 - 0.0000i
```


Пример 66

../programi/vodovi/vod_pi.m

```
1 function [Zp,Yp1,Yp2] = vod_pi(datoteka)
2 [Y,n] = mat_y(datoteka);
3 I = zeros(n,2);
4 I(1,1) = 1;
5 I(n,2) = 1;
6 Z = Y\I;
7 Z1 = [
8     Z(1,1) Z(1,2)
9     Z(n,1) Z(n,2)
10    ];
11 Y1 = Z1^-1;
12 Zp = -1/Y1(1,2);
13 Yp1 = Y1(1,1) + Y1(1,2);
14 Yp2 = Y1(2,2) + Y1(1,2);
```

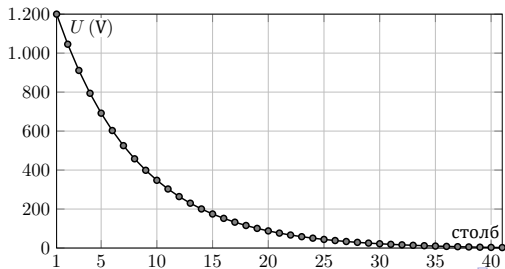
```
>> [Zp,Yp1,Yp2] = vod_pi('vod_1')
Zp =
-1.8870e+02 - 2.0341e+01i
Yp1 =
0.6350 - 0.2924i
Yp2 =
0.6350 - 0.2924i
```

Пример 6в

```
../programi/vodovi/vod_naponi.m
```

```
1 function U = vod_naponi(datoteka,U1)
2 [Zvl,k,Z] = zvl_k(datoteka);
3 k = Z/Z(1);
4 U = k*U1;
```

```
>> U = vod_naponi('vod_1',1200);
>> abs(U([3 18]))
ans =
    911.1734
    115.6573
>> plot(abs(U))
```

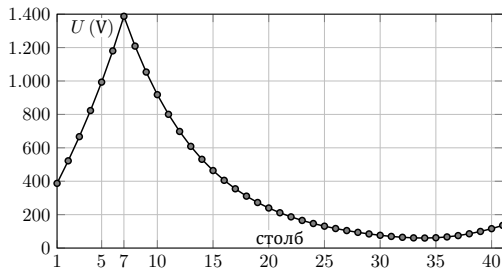


Пример 6г

```
../programi/vodovi/vod_naponi_opsto.m
```

```
1 function U = vod_naponi_opsto(datoteka,Ik1,Ik2,k)
2 vod = feval(datoteka);
3 [Y,n] = mat_y(datoteka);
4 Y(1,1) = Y(1,1) + 1/vod.Zp;
5 Y(n,n) = Y(n,n) + 1/vod.Zq;
6 rf = 1 - vod.zm/vod.z;
7 Jp = (1-rf) * Ik1;
8 Jq = (1-rf) * Ik2;
9 Jk = rf * (Ik1 + Ik2);
10 I = zeros(n,1);
11 I(1) = Jp;
12 I(k) = Jk;
13 I(n) = Jq;
14 U = Y\I;
```

```
>> U = vod_naponi_opsto('vod_1',1700,1000,7);
```



Пример бд

$$\underline{Y} \cdot \underline{U} = \underline{I}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{U_1 - U_n}{Z_P} + \underline{Y}_{P1} \cdot U_1$$

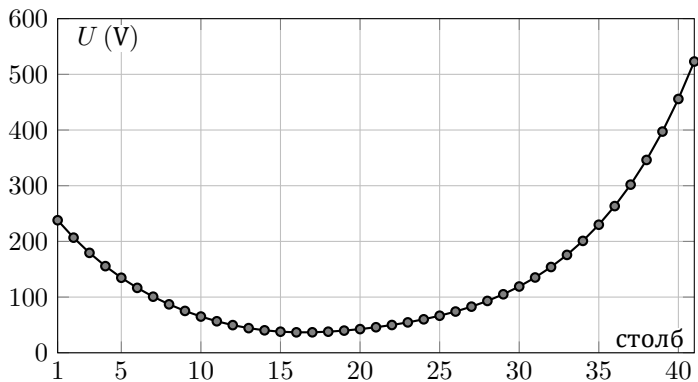
$$\underline{I}_n = \frac{U_n - U_1}{Z_P} + \underline{Y}_{P2} \cdot U_{41}$$

../programi/vodovi/vod_naponi_ulun.m

```
1 function U = vod_naponi_ulun(datoteka,U1,Un)
2 [Zp,Yp1,Yp2] = vod_pi(datoteka);
3 [Y,n] = mat_y(datoteka);
4 I = zeros(n,1);
5 I(1) = (U1-Un)/Zp + Yp1*U1;
6 I(n) = (Un-U1)/Zp + Yp2*Un;
7 U = Y\I;
```

```
>> U1 = 238*exp(1j*33.8/180*pi);
>> Un = 523*exp(-1j*8.6/180*pi);
>> U = vod_naponi_ulun('vod_1',U1,Un);
```

Пример бд



Пример 7

Кај водот од примерот 6 е направено подобрување на заземјувачите на првите 5 столбови од почетокот на водот со што нивната отпорност е намалена на $R_S' = 5 \Omega$, додека останатите податоци за водот остануваат исти. Да се одреди

- а) Влезната (еквивалентната) импеданција на водот на неговиот почеток $Z_{vl} = \frac{U_1}{I_1}$.
- б) Потенцијалот на заземјувачот во трафостаницата на почетокот од водот ако е познато дека во неа настанала еднофазна куса врска при што струјата изнесува $I_k = 3000 \text{ A}$. Резултатите да се споредат со резултатите од примерот 6.
- в) Вредностите на елементите од π -заменската шема на водот.

Пример 7а

../programi/vodovi/vod_2.m

```
1 function vod = vod_2()
2 vod.Rs = [5*ones(5,1); 10*ones(36,1)];
3 vod.Zr = (0.141+1j*0.192)*ones(40,1);
4 vod.Zp = 0.4;
5 vod.Zq = 0.5;
6 vod.z = 0.564 + 1j*0.767;
7 vod.zm = 0.05 + 1j*0.354;
```

```
>> Zvl = zvl_k('vod_2')
Zvl =
0.9508 + 0.3758i
```

$$\underline{Z}_{vl} = 1,0223 \cdot e^{j21,6^\circ} \Omega$$

Модулот на влезната импеданција изнесува 71% од модулот на истата таа импеданција во примерот 6. Помалата влезна импеданција ќе доведе до течење на поголема струја кон самиот вод со што ќе се намали вредноста на струјата која што ќе оди во заземјувачот на трафостаницата.

Пример 76

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_e \cdot I_k = \frac{\underline{Z}_{vl} \cdot \underline{Z}_p}{\underline{Z}_{vl} + \underline{Z}_p} \cdot I_k,$$

во Matlab е напишано на следниот начин

```
Ik = 3000;  
Zp = 0.4;  
Ze = Zp*Zvl/(Zp + Zvl);  
U = Ze*Ik  
U =  
8.7017e+02 + 9.1753e+01i
```

ефективната вредност изнесува $U_1 = 875$ V.

Ако ја примениме истата постапка во примерот 6, при истата вредност на струјата на куса врска, ќе добиеме $U_1 = 954$ V, што значи дека подобрувањето на заземјувачите на првите пет столбови придонесува кон намалување на напонот на мрежестиот заземјувач.

Пример 7в

Елементите од π -заменската шема на водот ги добиваме на следниот начин

```
>> [Zp,Yp1,Yp2] = vod_pi('vod_2')
Zp =
-2.0832e+02 - 4.4862e+01i
Yp1 =
0.9143 - 0.3605i
Yp2 =
0.6344 - 0.2928i
```

од каде што се забележува дека $\underline{Y}_{P1} \neq \underline{Y}_{P2}$ бидејќи водот е несиметричен поради нееднаквите отпорности на заземјување на неговите столбови.

Задача 1

Да се пресмета потенцијалот на мрежестиот заземјувач на трафостаницата на почетокот од водот при еднофазна куса со струјата $I_k = 3000$ А ако е познато дека во таа трафостаница се поврзани два вода при што за нивните карактеристики се разгледуваат следните три случаи

- а) Двата вода имаат карактеристики како во примерот 6,
- б) Двата вода имаат карактеристики како во примерот 7,
- в) Едниот вод има карактеристики како во примерот 6, а другиот како во примерот 7.